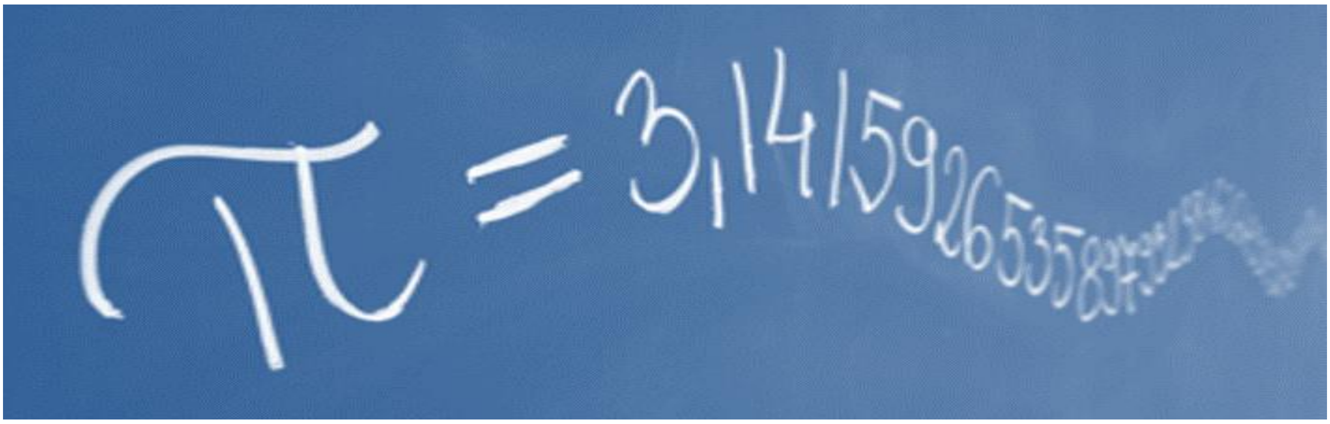


Ιανουάριος 2017, **Μουσικό Σχολείο Πρέβεζας** Τιμή : *1 €*

Οι αριθμοί Φιμπονάτσι–το αριθμητικό σύστημα της φύσης

Το βασικό *θέμα του 3ου τεύχους* της εφημερίδας μας σχετίζεται με μια ακολουθία αριθμών. Συγκεκριμένα θα ασχοληθούμε μεταξύ άλλων, με τους *αριθμούς Fibonacci.*

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

Οι πρώτοι δύο αριθμοί Φιμπονάτσι είναι το *0* και το *1*, και κάθε επόμενος αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων. Επιπλέον, ο λόγος δύο διαδοχικών αριθμών της *ακολουθίας* Φιμπονάτσι τείνει προς την *χρυσή τομή ή χρυσή αναλογία,* δηλαδή τον αριθμό $\varphi = 1,618033989\ldots$

Περιεχόμενα

Η εφημερίδα θα έχει σε κάθε τεύχος της, μόνιμες στήλες, όπως για παράδειγμα *Μαθηματικά και λογοτεχνία,* προτεινόμενες ασκήσεις, quiz και προβληματισμούς για τις διάφορες τάξεις του Λυκείου και του Γυμνασίου, θέματα διαγωνισμών, ιστορικά στοιχεία και άλλα θέματα που πιστεύουμε ότι θα κρατήσουν αμείωτο το ενδιαφέρον των αναγνωστών.

Ευχόμαστε να απολαύσετε όσο και εμείς αυτό το ταξίδι στο άπειρο και τελειώνοντας την ανάγνωση, να δείτε τον κόσμο γύρω σας με άλλα μάτια, μάτια που θα βλέπουν πιθανότητες και προοπτικές σε κάθε νέα μέρα που ξημερώνει...

Η συντακτική ομάδα

Η αγάπη μας για τα μαθηματικά, μια επιστήμη με ανεξάντλητες δυνατότητες και εφαρμογές,, μας έκανε να δοκιμάσουμε τις δυνάμεις μας εκδίδοντας μια εφημερίδα όπου θα προσπαθήσουμε να κολυμπήσουμε λίγο πιο βαθιά στον αχανή κόσμο των μαθηματικών.

" Το ***Π*** " είναι η δεύτερη μαθητική εφημερίδα που εκδίδει το Μουσικό Σχολείο Πρέβεζας μαζί με την εφημερίδα ***'Στη Διαπασών'***.

Το όνομα της εφημερίδας την εμπνευστήκαμε φυσικά από τον αριθμό *π*, ναι αυτόν τον γνωστό αριθμό *3,14*. Η εφημερίδα επιμελείται και εκδίδεται στα πλαίσια της ερευνητικής εργασίας (*Project*) με θέμα ***' Ο Κόσμος είναι Μαθηματικά '*** που υλοποιείται στο σχολείο από τους μαθητές της Β΄ Τάξης του Λυκείου, με την αρωγή των καθηγητών αλλά και άλλων μαθητών του σχολείου. Στόχος μας είναι να εκδίδεται κάθε μήνα για το τρέχον σχολικό έτος *2016-2017*, αλλά και να συνεχιστεί ενδεχομένως και τα επόμενα χρόνια.

Ο αρχικός σχεδιασμός είναι να εκτυπωθούν *16* ή *20* σελίδες ποικίλου μαθηματικού ενδιαφέροντος με υλικό από το διαδίκτυο, περιοδικά και βιβλία, αλλά και με θέματα που αφορούν και άλλες θετικές επιστήμες. Αναγνώστες της εφημερίδας μπορεί να είναι μαθητές με κλίση και αγάπη για τα μαθηματικά και όχι μόνο, καθηγητές αλλά και οποιοσδήποτε μπορεί μέσα από τα μαθηματικά και τις θετικές επιστήμες να δει κάτι περισσότερο από σύμβολα και αριθμούς. Σίγουρα για τους αθεράπευτα ρομαντικούς του χώρου των μαθηματικών θα είναι μια ξενάγηση σε έναν υπέροχο κόσμο. Λένε πως τα μαθηματικά είναι σαν ένα σκοτεινό δωμάτιο, δεν ξέρεις τί υπάρχει μέσα, αλλά σίγουρα δεν είναι άδειο. Βασισμένοι σε αυτό, κάναμε σκοπό αυτής της εφημερίδας να σας φέρουμε λίγο πιο κοντά σε αυτή την από πολλούς παρεξηγημένη επιστήμη ως δύσκολη, ακατανόητη και ανούσια.

Η συντακτική μας ομάδα αυτή τη στιγμή απαρτίζεται από μαθητές, ενώ οποιοσδήποτε μπορεί να ασχοληθεί με την εφημερίδα και να συμμετάσχει στην έκδοσή της. Υπεύθυνος Καθηγητής *Κώτσης Μάνθος.*

Συνέχεια …

Υπέροχοι και μυστήριοι χαρακτηρίζονται αυτοί οι αριθμοί και απαντώνται παντού και σε διάφορες επιστήμες. Εκπληκτικός όμως είναι ο τρόπος με τον οποίο οι αριθμοί Φιμπονάτσι εμφανίζονται στη φύση.

Είναι το αριθμητικό σύστημα της φύσης. Τους συναντάς παντού, στη διάταξη των φύλλων ενός φυτού, στο μοτίβο των πετάλων ενός λουλουδιού, στο άνθος της αγκινάρας, σε ένα κουκουνάρι ή στο φλοιό ενός ανανά. Ισχύουν για την ανάπτυξη κάθε ζωντανού οργανισμού, ενός κυττάρου, ενός κόκκου σιταριού, μιας κυψέλης μελισσών, ακόμη και για όλη την ανθρωπότητα.

Δημήτρης Πάκος

Λεονάρντο της Πίζας

Ο **Λεονάρντο της Πίζας** (Σεπτέμβριος *1175 - 1240*), γνωστός και ως **Λεονάρντο Πιζάνο** (*Leonardo Pisano*) ή **Φιμπονάτσι** (*Fibonacci*) ήταν Ιταλός μαθηματικός που έμεινε στην ιστορία για την περίφημη ακολουθία Φιμπονάτσι και για την εισαγωγή στην Ευρώπη του αραβικού δεκαδικού συστήματος αρίθμησης καθώς και άλλων μαθηματικών καινοτομιών σε μια σκοτεινή εποχή για τις επιστήμες στην Ευρώπη.

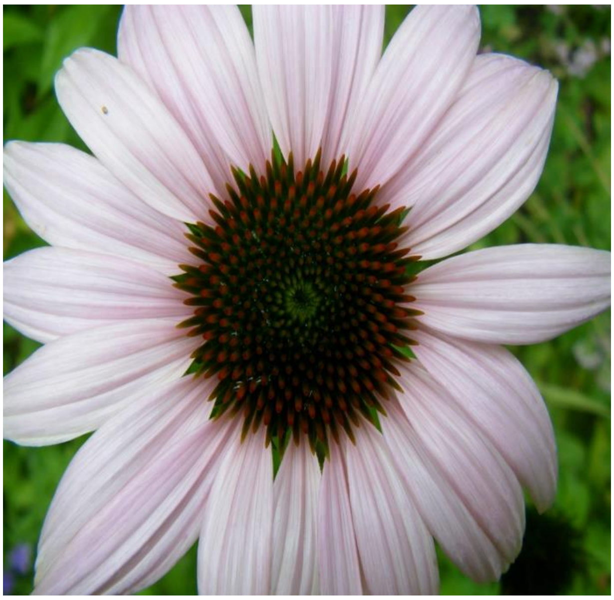
Ήταν γιος του Γκιγιέρμο Μπονάτσι (*Bonacci*, που σημαίνει απλός), εξ ου και το παρώνυμό του Φιμπονάτσι (γιος του Μπονάτσι: *φίλιους μπονάτσι*). Ο ίδιος χρησιμοποιούσε μερικές φορές το όνομα *Μπίγκολο* που σήμαινε ταξιδιώτης. Γεννήθηκε στην Πίζα αλλά ακολούθησε τον πατέρα του που διορίστηκε σε διπλωματικό πόστο ως εκπρόσωπος των εμπόρων της Πίζας στη Βόρεια Αφρική. Έζησε στην πόλη Μπεχάια, λιμάνι στη σημερινή Αλγερία, στις εκβολές του ποταμού Γουάντι Σουμάμ κοντά στο όρος Γκουράια και στον κόλπο Καρμπόν. Εκεί εκπαιδεύτηκε σε σχολή λογιστικής, διδάχτηκε μαθηματικά και ταξίδεψε με τον πατέρα του γνωρίζοντας τα τεράστια προνόμια των αραβικών μαθηματικών συστημάτων.

Αυτά τα πρώτα του ταξίδια τελειώνουν γύρω στο *1200* και τότε επιστρέφει στην Πίζα όπου γράφει τα μαθηματικά κείμενα τα οποία είμαστε και τυχεροί να κατέχουμε καθώς την εποχή του δεν είχε εφευρεθεί η τυπογραφία. Το *1202* δημοσιεύει το *liber abaci* ή *βιβλίο των υπολογισμών*, γεμάτο με τις μαθηματικές γνώσεις που είχε περισυλλέξει στα ταξίδια του. Έδειχνε την πρακτικότητα του αραβικού αριθμητικού συστήματος στην τήρηση εμπορικών βιβλίων, στις χρηματικές συναλλαγές, τις μετατροπές των μέτρων και σταθμών, στον υπολογισμό των επιτοκίων και άλλες εφαρμογές. Το βιβλίο έτυχε θερμής υποδοχής ανάμεσα στους λογίους της Ευρώπης και τους επηρέασε σημαντικά αν και το σύστημα έγινε ευρέως γνωστό μετά την εφεύρεση της τυπογραφίας.

Ο αυτοκράτορας Φρειδερίκος Β΄ της Αγίας Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας ήταν σύμμαχος της Πολιτείας της Πίζας στον πόλεμό της κατά της Γένοβας και ενισχύθηκε τόσο πολύ η επιρροή του στην Ιταλία, που το *1224* ίδρυσε το Πανεπιστήμιο της Νάπολης για να αντλεί επιστήμονες και ανθρώπινο δυναμικό. Γνώρισε το έργο του Φιμπονάτσι μέσω των λογίων της αυλής του και ένας από αυτούς, ο Δομίνικος Ισπανός, φιλόσοφος της αυλής, του συνέστησε να συναντήσει τον Φιμπονάτσι στην επίσκεψη της αυλής στην Πίζα το *1225*.

Ο Ιωάννης του Παλέρμο, ένα άλλο μέλος της αυλής του Φρειδερίκου Β', παρουσίασε στον Φιμπονάτσι έναν αριθμό προβλημάτων-προκλήσεων, τρία από τα οποία όντως έλυσε. Όμως στη συνέχεια τα ίχνη του χάνονται καθώς μετά το *1228* υπάρχει μόνο μια αναφορά του ονόματός του σε διασωθέντα κείμενα, σε ένα έγγραφο μισθοδοσίας του *1240* από την Πολιτεία της Πίζα.

Η διάσημη ακολουθία



Τα ***φυτά*** δε γνωρίζουν για την ακολουθία Fibonacci - απλά μεγαλώνουν με τον πιο ***αποτελεσματικό*** τρόπο.

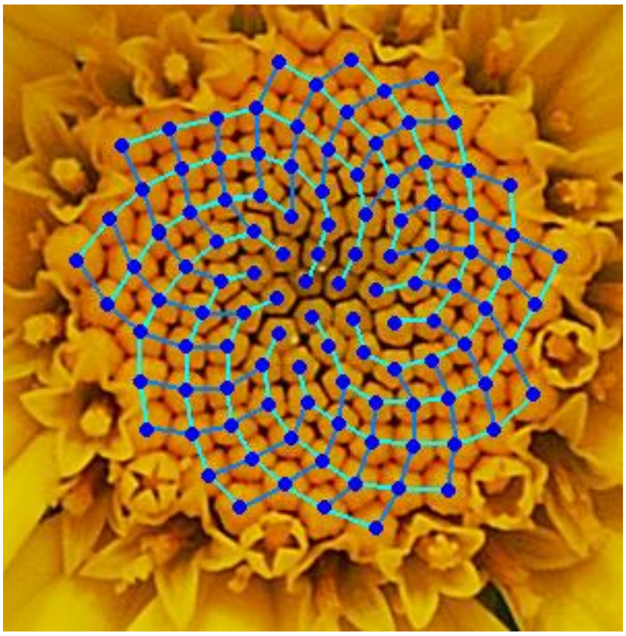
Αν μετρήσει κανείς τα πέταλα ενός λουλουδιού, θα διαπιστώσει ότι ο ***αριθμός*** τους είναι συχνά *3, 5, 8, 13, 21, 34* ή ακόμα και *55*. Σπάνια θα συναντήσουμε λουλούδι με δύο ***πέταλα.***

Υπάρχουν εκατοντάδες ***είδη,*** τόσο άγρια όσο και καλλιεργημένα με πέντε πέταλα.

Τα ***λουλούδια*** με οκτώ πέταλα δεν είναι τόσο κοινά όπως με τα πέντε, αλλά υπάρχουν αρκετά γνωστά είδη. Λουλούδια με δέκα τρία, είκοσι ένα και τριάντα τέσσερα ***πέταλα*** είναι επίσης αρκετά κοινά.

Μπορούμε να μετρήσουμε στις ***μαργαρίτες*** *13, 21, 34, 55*, ή και *89* πέταλα. Οι κοινές μαργαρίτες του ***αγρού*** έχουν συνήθως *34* πέταλα γεγονός που σίγουρα επηρεάζει το αποτέλεσμα του παιχνιδιού «μ' αγαπά δεν μ' αγαπά». Ο ***κρίνος*** έχει τρία πέταλα, η ***νεραγκούλα*** έχει πέντε, κ.λ.π.

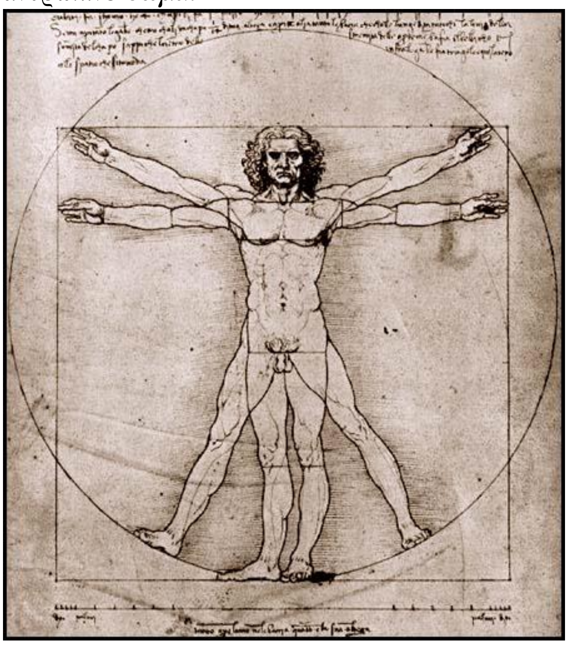
Οι σπόροι του ***ηλίανθου*** κατανέμονται κυκλικά. Η σπείρα είναι προς τα έξω ενώ έχει διπλή κατεύθυνση, δηλαδή και όπως κινούνται οι ***δείκτες*** του ρολογιού και αντίστροφα από το ***κέντρο*** του ***λουλουδιού.*** Ο αριθμός των σπειρών στο κάθε φυτό δεν είναι ίδιος. Γιατί γενικά είναι είτε *21* και *34*, είτε *34* και *55*, είτε *55* και *89*, ή *89* και *144*; Ο αριθμός των σπειρών ενός ***ηλίανθου*** και προς τις δύο κατευθύνσεις είναι δύο ***διαδοχικοί*** αριθμοί στην ακολουθία ***Fibonacci.***
Όλα τα ***κουκουνάρια*** αναπτύσσονται σε σπείρες, ξεκινώντας από τη βάση όπου ήταν ο μίσχος, και πηγαίνοντας ***κυκλικά*** μέχρι να φτάσουμε στην ***κορυφή.***



Η ακολουθία Φιμπονάτσι εμφανίζεται στις βελόνες αρκετών ειδών ***έλατου,*** τα φύλλα της λεύκας, της κερασιάς, της μηλιάς, της δαμασκηνιάς, της βελανιδιάς και της φιλύρας, στη διάταξη των πετάλων της ***μαργαρίτας*** και του ηλιοτρόπιου.
Τη βλέπουμε στην επιφάνεια των ***κορμών*** των κωνοφόρων δέντρων και στους ***δακτυλίους*** των κορμών των ***φοινικόδεντρων.***

Στη ***φωτογραφία*** παραπάνω βλέπετε ένα μικρό ***χαμομήλι.*** Τα πέταλα που βρίσκονται στο κέντρο του ***λουλουδιού*** σχηματίζουν σπείρες, σύμφωνα με τη ακολουθία Φιμπονάτσι. Υπάρχουν *21* πιο σκούρες μπλε σπείρες και *13* σπείρες με τιρκουάζ χρώμα. Το *13* και το *21* είναι διαδοχικοί ***αριθμοί*** στην ακολουθία Fibonacci.
Το κέλυφος των ***σαλιγκαριών*** ακολουθεί και αυτό την ακολουθία Fibonacci. Το ίδιο και το κέλυφος του ***ναυτίλου*** (μαλάκιο). Η μόνη διαφορά μεταξύ των δύο είναι ότι το κέλυφος του ναυτίλου αναπτύσσεται σε τρισδιάστατες σπείρες, ενώ το κέλυφος των ***σαλιγκαριών*** αναπτύσσεται σε δισδιάστατες ***σπείρες.***

Η ακολουθία εφαρμόζεται στο σώμα του ***δελφινιού,*** στον αστερία και στο ***ανθρώπινο*** σώμα. Η αναλογία του μήκους του πήχη του χεριού προς το μήκος του χεριού ισούται με *1.618*, δηλαδή ισούται με τη Χρυσή Αναλογία. Η ***αναλογία*** μεταξύ του μήκους και του φάρδους του προσώπου και η αναλογία του μήκους του στόματος προς το φάρδος της μύτης είναι μερικά ακόμα ***παραδείγματα*** της εφαρμογής των αριθμών αυτών στο ανθρώπινο ***σώμα.***



Σίγουρα, αυτός ο ***συνδυασμός*** φύσης και μαθηματικών δεν είναι τυχαίος!! Άραγε, τα μαθηματικά αντιγράφουν τη φύση ή η φύση τα μαθηματικά;; Δεν συμφωνείτε όμως μαζί μου ότι είναι ***εκπληκτικός*** ο τρόπος που συνδυάζονται, όπως και το ***αποτέλεσμα;;***

Η σειρά Fibonacci είναι η σειρά στην οποία ο κάθε αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγουμένων της σειράς και είναι η

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, ...

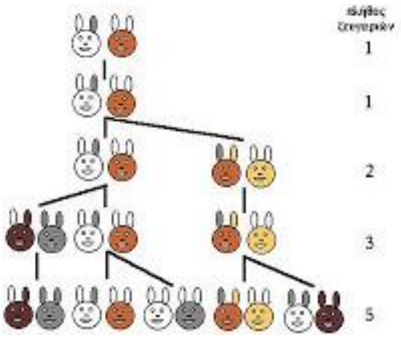
Ο λόγος δυο διαδοχικών ζευγαριών της σειράς ονομάζεται χρυσή αναλογία και είναι ο $\varphi=1.618033989\ldots$

Ο αντίστροφος του αριθμού είναι ο *0.618033989* δηλαδή $1/\varphi = \varphi - 1$.

Στο τρίτο μέρος του βιβλίου του Φιμπονάτσι liber abaci εμφανίζεται το εξής πρόβλημα:

Σε ένα σπίτι στο χωριό γεννιέται ένα ζευγάρι κουνέλια. Τα κουνέλια αυτά χρειάζονται 2 μήνες για να μεγαλώσουν και να αρχίσουν να γεννούν. Έτσι μετά από δύο μήνες το ζευγάρι αυτό γεννά ένα νέο ζευγάρι στην αρχή κάθε μήνα. Τα νέα ζευγάρια μεγαλώνουν και αναπαράγονται κι αυτά με τον ίδιο τρόπο. Πόσα ζευγάρια κουνέλια θα έχουμε μετά από 3 μήνες , 4 μήνες , 6 μήνες , μετά από ένα χρόνο;

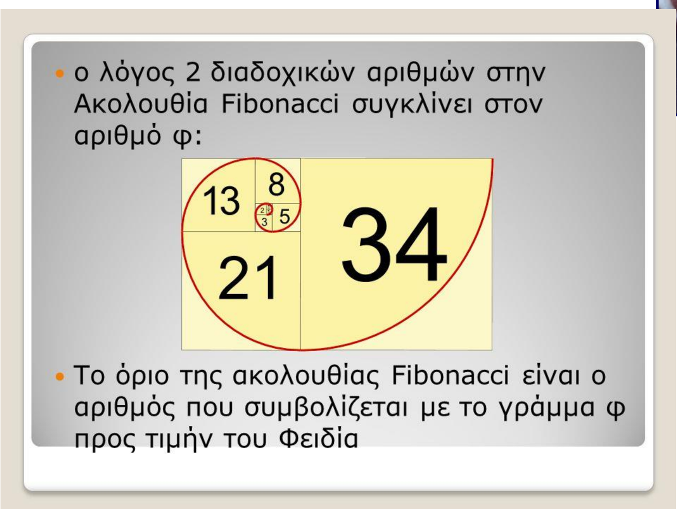
Απάντηση:
Στην αρχή του πρώτου μήνα έχουμε *1* ζευγάρι κουνέλια
Στην αρχή του δεύτερου μήνα έχουμε πάλι ένα ζευγάρι
Στην αρχή του τρίτου μήνα το ζευγάρι γεννά και έχουμε *2* ζευγάρια
Στην αρχή του τέταρτου μήνα το πρώτο ζευγάρι γεννά πάλι , αλλά το δεύτερο δεν είναι σε θέση ακόμη, δηλαδή *3* ζευγάρια.
Στην αρχή του πέμπτου μήνα γεννά πάλι το αρχικό ζευγάρι , γεννά και το δεύτερο , δε γεννά το τρίτο.
Σύνολο *5* ζευγάρια



Το αποτέλεσμα είναι η ακολουθία *0, 1, 1,2,3,5,8, 13,21,34,55,89, 144, 233, 377, 610 ,987, 1597, 2584,4181, 6765, 10946* ... (ο Φιμπονάτσι παρέλειψε τον πρώτο όρο στο Liber abaci). Εδώ λοιπόν κάθε νέος όρος είναι το άθροισμα των δύο προηγουμένων όρων.

Η ακολουθία Φιμπονάτσι *(Fibonacci)* δημιουργεί μία **ακολουθία** αριθμών που ονομάζονται *αριθμοί* ***Φιμπονάτσι*** και ορίζονται από τον εξής αναδρομικό τύπο: $a_\nu = a_{\nu-1} + a_{\nu-2}$

Σκάλα του Βατικανού, εμφανίζεται η σπειροειδής μορφή της ακολουθίας Φιμπονάτσι.



Από τους μαθητές Δημήτρη Πάκο, Βαγγέλης Παπασταύρου & Βάσω Κατωγιάννη, Ελευθερία Νέσσερη

Νεύτωνας: μια αντιπαθέστατη ιδιοφυία

Γεννήθηκε στην Αγγλία το *1642*, την ίδια χρονιά που πέθανε ο Γαλιλαίος. Μια σύμπτωση με βαθύ συμβολισμό θα πουν οι αριθμολόγοι (ενώ οι Καβαλιστές θα είχαν βγάλει πολύ «βαθιά» συμπεράσματα).

Φύση και φυσικοί νόμοι είναι κρυμμένοι στο σκοτάδι,
και ο Θεός είπε, ας γεννηθεί ο Νεύτων! και εγένετο φως…

Η ζωή του θα μπορούσε να είναι το θέμα μιας νουβέλας. Μια ιστορία με μια τραγική αρχή και ένα δοξασμένο τέλος. Ένα μελαγχολικό αγόρι που μισεί του γονείς του, υιοθετεί έναν μοναχικό τρόπο ζωής, όποτε αυτό είναι δυνατό, προτιμά τη μυστικότητα από τη δημοσίευση και τελικά γίνεται ένας από τους πιο διάσημους επιστήμονες που γνώρισε ποτέ ο πλανήτης. Αν η νουβέλα αυτή γραφόταν, ο Ισαάκ Νεύτων θα είχε τον πρωταγωνιστικό ρόλο.

Η ζωή του

Γεννήθηκε σε μια φτωχή αγροτική οικογένεια. Ευτυχώς για την ανθρωπότητα, ο Νεύτωνας δεν ήταν καλός αγρότης και τον έστειλαν στο Κέιμπριτζ να σπουδάσει για να γίνει ιεροκήρυκας.
Άρχισε να σπουδάζει νομικά και στα δύο πρώτα χρόνια γνώρισε τη φιλοσοφία του Αριστοτέλη. Τον τρίτο χρόνο ασχολήθηκε περισσότερο με τον *16ο* και τον *17ο* αιώνα μελετώντας φιλοσόφους όπως ο Καρτέσιος, ο Τόμας Χομπς και ο Ρόμπερτ Μπόιλ. Επίσης διάβασε τις εργασίες του Κοπέρνικου και του Γαλιλαίου για την Αστρονομία, καθώς και τις θεωρίες του Κέπλερ για το φως.
Τελικά ο Νεύτωνας μελέτησε μαθηματικά, όπου επηρεάστηκε ιδιαίτερα από τον Ευκλείδη, τον Καρτέσιο και τον Βάκων. Όμως αναγκάστηκε να εγκαταλείψει το Κέιμπριτζ όταν έκλεισε λόγω της πανώλης και κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου έκανε μερικές από τις πιο σημαντικές ανακαλύψεις του.
Ως έφηβος ο Νεύτων απείλησε ότι θα κάψει το σπίτι του μαζί με τους γονείς του, αλλά ως ενήλικος τιμήθηκε για τις εργασίες του στα Μαθηματικά και για τις έρευνες του γύρω από το φως και την παγκόσμια δύναμη που σήμερα ονομάζουμε βαρύτητα.

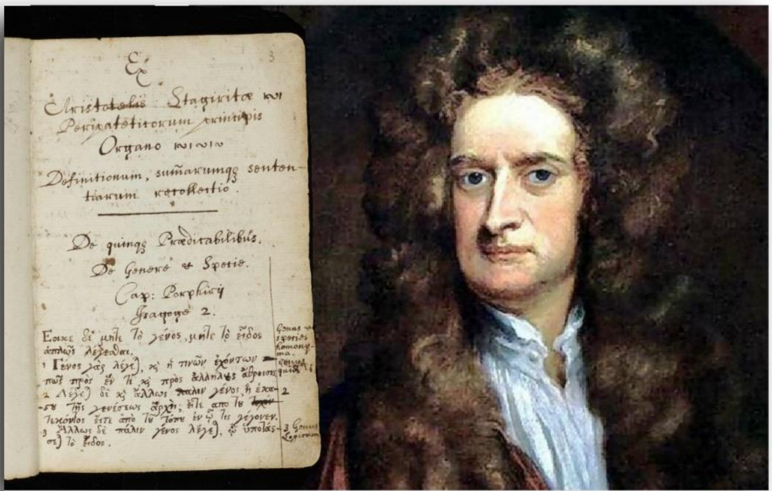
«Δεν γνωρίζω πώς μπορεί να φαίνομαι στον κόσμο, όσον όμως αφορά τον εαυτό μου νομίζω ότι μοιάζω με ένα αγόρι που παίζει στην παραλία ψάχνοντας εδώ και εκείνα να βρει ένα καλύτερο βότσαλο ή ένα πιο όμορφο όστρακο από τα συνηθισμένα, ενώ την ίδια στιγμή ένας ολόκληρος ωκεανός γνώσης απλώνεται εντελώς ανεξερεύνητος μπροστά του».

Αυτά έγραφε ο Ισαάκ Νεύτων για τον εαυτό του. Όπως πολλοί άλλοι πριν και μετά από αυτόν, έψαχνε με πάθος να ανακαλύψει την αλήθεια και για τον σκοπό αυτόν χρησιμοποίησε κάθε πηγή γνώσης και φαντασίας που είχε στη διάθεση του. Μελέτησε τη Βίβλο για να βρει ιδέες, έσκυψε πάνω από τις εργασίες των αρχαίων Ελλήνων, ένωσε τις δυνάμεις του με τους αλχημιστές και διάβασε όλες τις δημοσιεύσεις στον επιστημονικό τύπο
Η μητέρα του, χήρα ξαναπαντρεμένη κι ύστερα πάλι χήρα, τον εμπιστεύθηκε αρχικά στη γιαγιά του, ενώ στη συνέχει τον ξαναπήρε κοντά της. Η σχέση με το παιδί της ήταν ιδιαίτερα περίπλοκη. Οι πληροφορίες που διαθέτουμε για τη νεότητα του είναι σκόρπιες, όλες όμως συγκλίνουν στο ότι δεν υπήρξε και σπουδαίος μαθητής.
Σχεδόν εγκαταλελειμμένος, δεν υπήρξε εύκολο παιδί και είχε λίγη βοήθεια. Οι καθηγητές στο σχολείο τον χαρακτήριζαν ως «αδιάφορο» και «απρόσεκτο». Έζησε μια πολύ μοναχική και μυστική ζωή, φοβόταν πολύ την κριτική και υπέστη τουλάχιστον δύο νευρικούς κλονισμούς.
Παρόλο που δεν υπήρξε καλός μαθητής γνωρίζουμε με βεβαιότητα ότι ως ενήλικας υπήρξε ένας κορυφαίος επιστήμονας και ταυτόχρονα ένας ελάχιστα συμπαθητικός άνθρωπος. Πολλά έχουν γραφτεί σχετικά με αυτόν και, όπως και πολλοί άλλοι μελετητές, δεν αισθάνομαι και ιδιαίτερη συμπάθεια για το άτομο του. Οι λόγοι είναι πολλοί.
Κατ' αρχάς, δεν είχε κανένα σεβασμό για την επιστημονική ηθική. Δεν δίστασε να καταληστέψει το έργο συγχρόνων του, όπως του Hooke, του Flamsteed και του Halley, που παρ' όλα αυτά τον θαύμαζαν (είχαν όμως απαυδήσει με τη συμπεριφορά του).
Άλλωστε, δεν δίστασε να χρησιμοποιήσει κάθε είδους όπλο που του προσέφεραν τα βρετανικά ήθη της εποχής, για να ταπεινώνει τους ανταγωνιστές του και κυρίως τον δυστυχή Leibniz. Ο μόνος σύγχρονος του Νεύτωνα επιστήμονας που γλίτωσε από τις ίντριγκες, τις ιδιοποιήσεις και τις συκοφαντίες του ήταν ο Christiaan Huygens, ένας Ολλανδός που ζούσε στο Παρίσι.
Κρυψίνους, εγωιστής, εσωστρεφής, φιλόδοξος, φυγόμαχος, κακόγνωμος δεν αρεσκόταν παρά μόνο στη σφοδρή και υπεροπτική, συχνά ύπουλη, πολεμική. Δημοσίευε ελάχιστα και με τεράστια καθυστέρηση. Με λίγα λόγια, σε προσωπικό επίπεδο ο Νεύτων ήταν ό,τι ακριβώς δεν πρέπει να είναι ένας επιστήμονας.

Κλεινόταν στο εργαστήριο του υπογείου του και εργαζόταν επτά ημέρες την εβδομάδα, *18* ώρες την ημέρα, απομονωμένος από τον έξω κόσμο. Έτρωγε ελάχιστα και συχνά ξεχνούσε να φάει επί πολλές ώρες. Ο Humphrey Newton, βοηθός αλλά και μακρινός συγγενής του Νεύτωνα, αναφέρει πως

«Δεν μπορώ να πω ότι τον είδα ποτέ να κάθεται στο τραπέζι να φάει από μόνος του….. ενώ δεν ήταν λίγες οι φορές που του θύμιζα ότι δεν είχε αγγίξει το εδώ και πολλές ώρες σερβιρισμένο φαγητό του».

Σπάνια πήγαινε για ύπνο πριν τις *2* τη νύχτα, ενώ συχνά μπορεί να κοιμόταν με τα ρούχα του. Σηκωνόταν κατά τις *5* πλήρως ανανεωμένος και συνέχιζε αμέσως τη δουλειά. Πάντα άφηνε ελεύθερα τα μακριά ξανθά μαλλιά του και σε σπάνιες περιπτώσεις τα έπιανε, ίσως στις σπάνιες επίσημες εξόδους του.
Για το Νεύτωνα η αφοσίωση στο διάβασμα ήταν ένας τρόπος αδιαφορίας αλλά και αντίστασης στους γυναικείους πειρασμούς. Ίσως κατά κάποιο τρόπο να απασχολούσε τον εαυτό του γι' αυτόν τον λόγο με το διάβασμα. Από την άλλη όμως, το διάβασμα ήταν αυτό που τον κατέστησε έναν από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς- φυσικούς στον κόσμο, έναν από τους μεγαλύτερους φυσικούς στον κόσμο, έναν από τους μεγαλύτερους αλχημιστές στον κόσμο και τελικά έναν από τους μεγαλύτερους μύστες στον κόσμο.
Μετά την έκδοση του κυριότερου βιβλίου του, Μαθηματικές Αρχές της Φιλοσοφίας της Φυσικής, ο Νεύτωνας, μολονότι στο απόγειο της δόξας του, είναι πράγματι έτοιμος να δαγκώσει όσους υποψιάζεται ότι θέλουν να τον επισκιάσουν. Οξύθυμος, ενδιαφερόμενος για τη διασημότητα του, πάντοτε ανήσυχος και σπανίως δίκαιος, όταν πιστεύει ότι τον προκαλούν, αφήνεται να παρασυρθεί σε μίζερες διαμάχες για την πατρότητα των ανακαλύψεων.
Από την άλλη, σιχαινόταν τις γυναίκες, ακόμα χειρότερα τις περιφρονούσε. Τις κράτησε πάντοτε σε απόσταση, κατηγορώντας τες ότι είναι όλες πόρνες και ισχυριζόταν ότι κάθε φορά που του σύστηναν κάποια, αυτό γινόταν με τον ανομολόγητο στόχο να τον αποπλανήσει και να κλέψει τα επιστημονικά του μυστικά. Μόνο η μητέρα του απέφυγε το σαρκασμό του και όχι ολότελα, απ' ό,τι λένε.
Ωστόσο, σε προχωρημένη ηλικία, όταν ήταν διευθυντής του νομισματοκοπείου, συγκατοίκησε με μια γυναίκα: την ίδια του την ανιψιά, που την περιγράφουν ως καλοφτιαγμένη κι ευγενική, εργατική, έξυπνη, ευαίσθητη, και η οποία ασκούσε στο σπίτι του καθήκοντα οικονόμου. Κατά τα φαινόμενα, τα πήγαινε αρκετά καλά μαζί της. Στην πραγματικότητα, όμως, υπήρξε καταπιεστικός απέναντι της. Την ενθάρρυνε να γοητεύει τους ισχυρούς, τους οποίους είχε ο ίδιος ανάγκη, για να κερδίζει διάφορα αξιώματα και άλλα προνόμια.
Αν και δεν ήταν όμως τόσο συμπαθής ως χαρακτήρας, από την άλλη ως επιστήμονας υπήρξε ένας από τους κορυφαίους καινοτόμους όλων των εποχών. Δόκτωρ Τζέκιλ και Μίστερ Χάιντ!
Όλοι όμως συμφωνούν στο ότι αν η έκφραση «επιστημονική ιδιοφυία» έχει κάποιο νόημα (κάτι που πάντως δεν είναι αυταπόδεικτο), ο χαρακτηρισμός ταιριάζει πάνω απ' όλους ο αυτόν.
Πράγματι, η συμβολή του Νεύτωνα στην επιστήμη υπήρξε τέτοια που πρέπει να αποστασιοποιηθούμε από τον άνθρωπο (ως ένα βαθμό, τουλάχιστον) και να επικεντρώσουμε την προσοχή μας σ' αυτήν. Θα περιοριστούμε εδώ στη Μηχανική και θα τον ξανασυναντήσουμε αργότερα σε διάφορους άλλους κλάδους.



Στην επιστήμη ως γνωστόν τιμούμε τις ιδιοφυίες και τους νεωτεριστές, κι αυτό είναι δίκαιο, γιατί συχνά παίζουν αποφασιστικό ρόλο -καμιά φορά είναι αναντικατάστατοι. Συχνά όμως συμβαίνει μια ιδέα να πλανάται στον αέρα, μέχρι κάποια στιγμή να ωριμάσει. Τότε, το ταλέντο συνίσταται στο να μπορεί κάποιος να την αδράξει πριν από τους άλλους.
Αυτό συνέβη με το Νεύτωνα. Συνέλαβε πολλές ιδέες οι οποίες πλανιόνταν στον αέρα από παλιά. Μελετούσε εξαντλητικά τις ιδέες αυτές, τις καλλιεργούσε και τις παρουσίαζε μετά σαν δικές του.

Το κείμενο επιμελήθηκαν οι μαθητές Ζήγος Ιωάννης, Παπασταύρου Ευάγγελος & Σιάρκος Ιωάννης.

Νοητικά πειράματα του Αϊνστάιν που άλλαξαν τη φυσική

Ανάμεσα σε άλλα χαρακτηριστικά που τον διέκριναν, ένα στοιχείο που συνέβαλε στο να διατυπώσει ο Άλμπερτ Αϊνστάιν ρηξικέλευθες θεωρίες στη φυσική ήταν η εντυπωσιακή του ικανότητα να «σκηνοθετεί» στη φαντασία του καθημερινά σενάρια, για να αναλύει περίπλοκες επιστημονικές ιδέες.

Ανάμεσα σε άλλα χαρακτηριστικά που τον διέκριναν, ένα στοιχείο που συνέβαλε στο να διατυπώσει ο Άλμπερτ Αϊνστάιν ρηξικέλευθες θεωρίες στη φυσική ήταν η εντυπωσιακή του ικανότητα να «σκηνοθετεί» στη φαντασία του καθημερινά σενάρια, για να αναλύει περίπλοκες επιστημονικές ιδέες.

Ο ίδιος αποκαλούσε αυτά τα σενάρια Gedankenexperiments, ένας όρος που στα γερμανικά σημαίνει νοητικά πειράματα, και τους απέδιδε σημαντικό ρόλο στη διατύπωση της Ειδικής και της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας. Μάλιστα, μερικά από αυτά τα νοητικά πειράματα χρησιμοποιούνται ακόμη και σήμερα, για να περιγράψουν μερικές από τις πιο εντυπωσιακές ανακαλύψεις του γερμανοεβραϊκής καταγωγής φυσικού.

Σε πρόσφατο άρθρο του στο site Business Insider, ο δημοσιογράφος Ali Sundermier συνοψίζει μερικά από αυτά τα σενάρια, τα οποία έφεραν επανάσταση στην επιστήμη.

Φανταστείτε ότι «κυνηγάτε» μία δέσμη φωτός

Ήταν μία απορία που ο Αϊνστάιν άρχισε να σκέφτεται όταν ήταν *16* χρονών: τι θα συνέβαινε αν προσπαθούσε κανείς να κινηθεί παράλληλα με μία δέσμη φωτός, καθώς αυτή διαδίδεται στον χώρο;

Αν μπορούσε να αναπτύξει ίση ταχύτητα με τη δέσμη, σκεφτόταν ο φυσικός, τότε το φως θα «πάγωνε» για τον συγκεκριμένο παρατηρητή. Κάτι που θα σημαίνει πως θα έπαυε να είναι… φως.

Τελικά, συνειδητοποίησε πως το φως δεν μπορεί να επιβραδύνει για οποιονδήποτε κινούμενο παρατηρητή, αλλά αντίθετα θα πρέπει να διατηρεί σε κάθε περίπτωση σταθερή την ταχύτητά του. Η ιδέα αυτή αποτέλεσε τη βάση πάνω στην οποία θεμελίωσε τη Γενική Σχετικότητα.

Φανταστείτε ότι ταξιδεύετε με ένα τρένο.

Ας υποθέσουμε πως, μία ημέρα με καταιγίδα, επιβαίνετε σε ένα τρένο που περνά με ταχύτητα από κάποιον σταθμό, στον οποίο βρίσκεται ένας ακίνητος παρατηρητής. Κάποια στιγμή, ο παρατηρητής βλέπει δύο κεραυνούς να χτυπούν το τρένο, πέφτοντας ταυτόχρονα στο μπροστινό και το πίσω μέρος τους.

Καθώς εσείς κινείστε με το τρένο, μετακινείστε προς τον κεραυνό που πέφτει στο μπροστινό μέρος. Επομένως, θα τον δείτε νωρίτερα, καθώς έχει να διανύσει μικρότερη απόσταση.

Αυτό το φανταστικό σενάριο δείχνει πως ο χρόνος «κυλά» διαφορετικά για έναν ακίνητο παρατηρητή, και διαφορετικά για κάποιον που κινείται. Μία συνέπεια που έκανε τον Αϊνστάιν να διαπιστώσει πως ο χρόνος και ο χώρος είναι σχετικοί και δεν υπάρχει συγχρονικότητα. Δύο ιδέες που απορρέουν από τη Γενική Σχετικότητα.

Φανταστείτε πως ο δίδυμος αδερφός σας ταξιδεύει στο διάστημα.

Γνωστό ως «παράδοξο των διδύμων», στην αρχική του εκδοχή το νοητικό αυτό πείραμα διατυπώθηκε από τον Αϊνστάιν με «πρωταγωνιστές» δύο ρολόγια, και όχι δύο δίδυμους αδερφούς. Επίσης, όταν το περιέγραψε, αναφέρθηκε σε μία πτήση με πολύ μεγάλη ταχύτητα, και όχι για ένα «ταξίδι» στο διάστημα, αφού οι πρώτες διαστημικές αποστολές έγιναν δεκαετίες αργότερα.

Ας φανταστούμε πάντως ότι έχετε έναν δίδυμο αδερφό ο οποίος κάποια στιγμή μπαίνει σε ένα διαστημόπλοιο και βάζει «πλώρη» για κάποιον μακρινό προορισμό, ταξιδεύοντας με ταχύτητα κοντά στην ταχύτητα του φωτός. Σύμφωνα με την Ειδική Σχετικότητα, ο χρόνος «κυλά» για τους δυο σας με διαφορετικό ρυθμό, επομένως δεν θα γεράσετε ταυτόχρονα.

Πιο συγκεκριμένα, καθώς ο χρόνος διαστέλλεται για ένα κινούμενο σώμα, ο δίδυμος αδερφός σας θα γεράσει αργότερα. Μάλιστα, με δεδομένο ότι αυτός κινείται με ταχύτητα κοντά στην ταχύτητα του φωτός, η ηλιακή σας διαφορά θα είναι μεγάλη. Για παράδειγμα, όταν επιστρέψει στη Γη, εσείς μπορεί να είστε υπερήλικας, ενώ εκείνος να μην είναι πάνω από *40* ετών.

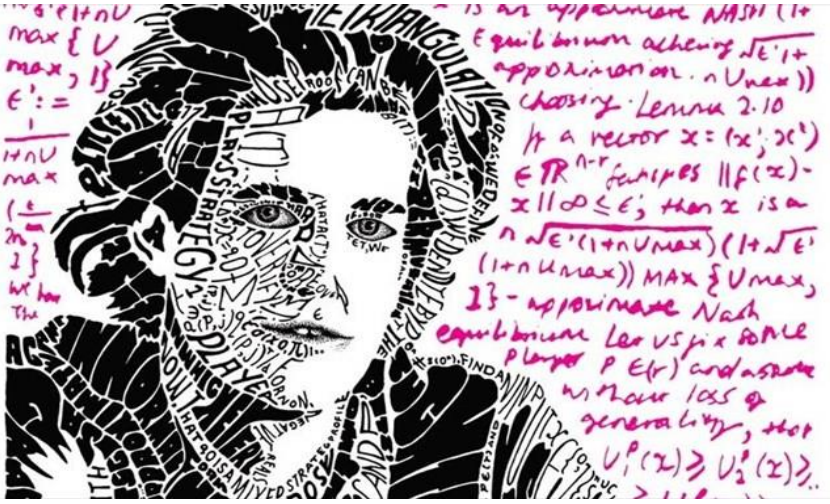
Φανταστείτε πως βρίσκεστε σε ένα ασανσέρ.

Φανταστείτε πως έχετε μπει σε ένα ασανσέρ, χωρίς να μπορείτε να δείτε ούτε καν τον τοίχο του φρεατίου ή τις πόρτες των ορόφων. Ξαφνικά, νιώθετε μία δύναμη να σας «τραβά» προς τα κάτω, με συνέπεια να πέσετε στο πάτωμα. Τι συνέβη; Μήπως για κάποιο μυστήριο λόγο αυξήθηκε η βαρύτητα που ασκεί η Γη ή μήπως ξεκίνησε το ασανσέρ να επιταχύνεται προς τα πάνω;

Στην πραγματικότητα, δεν μπορείτε να απαντήσετε, αφού τα δύο αυτά φαινόμενα προκαλούν το ίδιο αποτέλεσμα. Μία διαπίστωση που οδήγησε τον Αινστάιν στο συμπέρασμα πως δεν υπάρχει διάκριση ανάμεσα στην επιτάχυνση και τη βαρύτητα. Αυτή είναι η αρχή της ισοδυναμίας, «θεμέλιος λίθος» της Γενικής Σχετικότητας.

Επιμελήθηκαν οι μαθήτριες
Καζαντζίδη Μαρία, Ελένη Τέφα

Ο Έλληνας Καθηγητής που έλυσε τον «Γρίφο του Νας»



Αυτο-οδηγούμενα αυτοκίνητα, Amazon Alexa, image search... η ζωή μας εμπλουτίζεται συνεχώς με «έξυπνους αλγόριθμους». Οι αλγόριθμοι γίνονται ολοένα εξυπνότεροι: καταλαβαίνουν τι λέμε, μαθαίνουν πράγματα για εμάς, μαθαίνουν ξένες γλώσσες, μαθαίνουν να ζωγραφίζουν και, γενικώς, μαθαίνουν. Τι κρύβεται, όμως, πίσω από αυτούς και τι πάει να πει «μαθαίνουν»;

Ο Κωνσταντίνος Δασκαλάκης, Καθηγητής στο MIT, προσκεκλημένος της Στέγης του Ιδρύματος Ωνάση, στις 12 Ιανουαρίου, στο πλαίσιο της έκθεσης «Υβρίδια», μίλησε για την εξελισσόμενη επανάσταση στην τεχνητή νοημοσύνη, την τεχνολογία που κρύβεται πίσω από αυτήν και τα φιλοσοφικά ερωτήματα που προκύπτουν για τη μάθηση και τη νοημοσύνη.

Ο Κωνσταντίνος Δασκαλάκης είναι Καθηγητής της Επιστήμης των Υπολογιστών στο MIT. Είναι απόφοιτος της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π., έκανε διδακτορικό στο Πανεπιστήμιο του Μπέρκλεϋ και εργάστηκε ως μεταδιδακτορικός ερευνητής στη Microsoft. Η έρευνά του επικεντρώνεται στη θεωρητική πληροφορική και τη διεπαφή της με τα οικονομικά, τη στατιστική και την τεχνητή νοημοσύνη.

Έχει τιμηθεί με το βραβείο της καλύτερης διδακτορικής διατριβής στην πληροφορική, από τον διεθνή Οργανισμό επιστήμης των υπολογιστών ACM. Η διδακτορική του διατριβή, με θέμα «Υπολογιστική Πολυπλοκότητα των Ισορροπιών Νας», απαντά σε ένα άλυτο επιστημονικό ερώτημα από τη δημοσίευση του Τζων Νας το 1950, για την οποία ο Νας βραβεύτηκε με το Νόμπελ Οικονομικών (1994). Η διατριβή του Κωνσταντίνου Δασκαλάκη εντοπίζει υπολογιστικά εμπόδια στην εφαρμοσιμότητα της ισορροπίας Νας, που υπήρξε το επίκεντρο των οικονομικών μαθηματικών μέχρι σήμερα, και δείχνει την ανάγκη για καινούργιες, πιο ρεαλιστικές έννοιες ισορροπίας.

Για τη δουλειά του αυτή έχει τιμηθεί και από τη Διεθνή Ένωση Θεωρίας Παιγνίων, με το βραβείο Πληροφορικής και Θεωρίας Παιγνίων. Έχει τιμηθεί, επίσης, με πολλά άλλα βραβεία και διακρίσεις, όπως το Career Award από το Ίδρυμα Επιστημών των ΗΠΑ, το βραβείο Πληροφορικής του Ιδρύματος Sloan, το βραβείο εξαιρετικής δημοσίευσης από τη διεθνή Ένωση εφαρμοσμένων μαθηματικών SIAM, την ερευνητική υποτροφία της Microsoft και το βραβείο έρευνας από το Ίδρυμα Giuseppe Sciacca του Βατικανού.

Πηγή : Διαδίκτυο,
επιμελήθηκε η μαθήτρια Χριστίνα Σκαμνέλου

Η μέτρηση της ακτίνας της Γης, της Σελήνης και του Ήλιου από τον Ερατοσθένη

Επιμελήθηκε ο μαθητής Φώτος Κωνσταντίνος

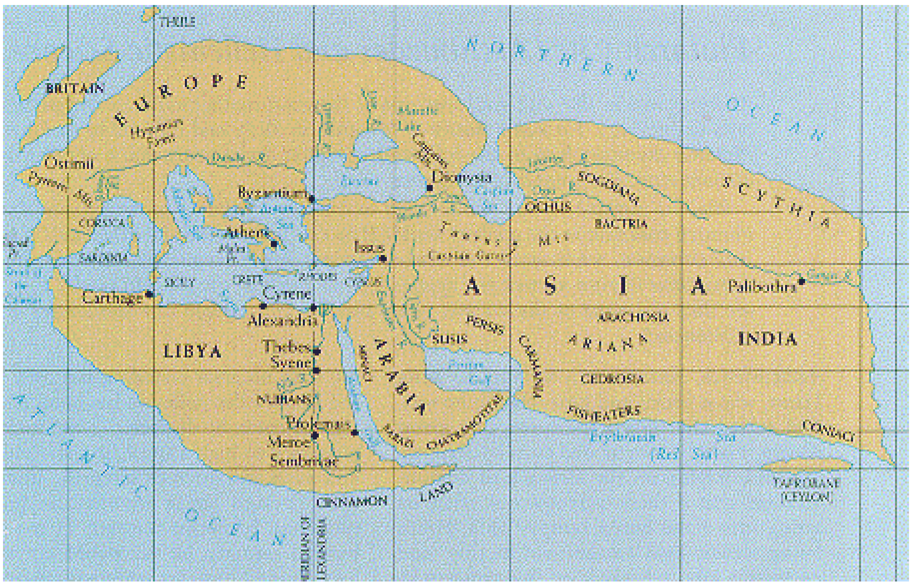
Ο Ερατοσθένης γεννήθηκε στην Κυρήνη της σημερινής Λιβύης το *276* π.Χ. και πέθανε στην Αλεξάνδρεια το *194* π.Χ.. Ήταν μαθηματικός, γεωγράφος και αστρονόμος. Από τα πιο σπουδαία επιτεύγματά του ήταν ότι υπολόγισε για πρώτη φορά το μέγεθος της Γης, ότι κατασκεύασε ένα σύστημα συντεταγμένων με παράλληλους και μεσημβρινούς, και ότι κατασκεύασε ένα χάρτη του κόσμου, όπως τον θεωρούσε.

Νέος πήγε στην φημισμένη για την βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρεια την πρωτεύουσα της πτολεμαϊκής Αιγύπτου όπου σπούδασε και εργάστηκε. Από πολύ νεαρή ηλικία ήταν εξαιρετικά ευφυής και αμέσως φάνηκε ότι στη ζωή του θα μπορούσε να καταπιαστεί – επιτυχώς - με οτιδήποτε, από την ποίηση μέχρι τη γεωγραφία. Τον φώναζαν Πένταθλο, παρομοιάζοντας τον με τον αθλητή που συμμετέχει στα πέντε αθλήματα του πένταθλου, για να τονίσουν το εύρος του ταλέντου του. Δεν παντρεύτηκε ποτέ και το *195* π.Χ. ο Ερατοσθένης τυφλώθηκε, ενώ ένα χρόνο αργότερα σε μεγάλη ηλικία λένε ότι πέθανε από εκούσιο υποσιτισμό.

Ο Ερατοσθένης ισχυριζόταν ότι σπούδασε για κάποια χρόνια και στην Αθήνα. Το *236* π.Χ. ορίστηκε από τον Πτολεμαίο τον Γ' τον Ευεργέτη, ως βιβλιοθηκάριος της βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας, διαδεχόμενος τον Ζηνόδοτο. Η κοσμοπολίτικη Αλεξάνδρεια είχε πάρει τότε τα σκήπτρα από την Αθήνα ως το διανοητικό κέντρο της Μεσογείου, και η βιβλιοθήκη της πόλης ήταν το πιο αξιοσέβαστο πνευματικό ίδρυμα στον κόσμο. Δεν είχε καμία σχέση με τις σημερινές βιβλιοθήκες, όπου αυστηροί βιβλιοθηκονόμοι σφραγίζουν βιβλία και ψιθυρίζουν ο ένας στον άλλο, καθώς επρόκειτο για ένα ζωντανό και συναρπαστικό μέρος, γεμάτο εμπνευσμένους μελετητές και ευφυείς μαθητές.

Έκανε αρκετές σημαντικές συνεισφορές στα Μαθηματικά και ήταν φίλος του Αρχιμήδη. Γύρω στο *225* π.Χ. εφηύρε τον σφαιρικό αστρολάβο, που τον χρησιμοποιούσαν ευρέως μέχρι την εφεύρεση του πλανηταρίου τον *18ο* αιώνα.

Αναφέρεται από τον Κλεομήδη στο Περί της κυκλικής κινήσεως των ουρανίων σωμάτων ότι είχε υπολογίσει την περιφέρεια της Γης γύρω στο *240* π.Χ. χρησιμοποιώντας το ύψος του Ηλίου κατά την εαρινή ισημερία κοντά στην Αλεξάνδρεια και στη νήσο Ελεφαντίνη, κοντά στη Συήνη (το σημερινό Ασουάν της Αιγύπτου). Επίσης, ο όρος Γεωγραφία αποδίδεται στον Ερατοσθένη.



Ο παγκόσμιος χάρτης κατά τον Ερατοσθένη

Εκτός από την ακτίνα της Γης ο Ερατοσθένης προσδιόρισε την καμπυλότητα του ελλειψοειδούς, μέτρησε την απόκλιση του άξονα της Γης με μεγάλη ακρίβεια δίνοντας την τιμή *23° 51′ 15″*, κατασκεύασε έναν αστρικό χάρτη που περιείχε *675* αστέρες, πρότεινε την προσθήκη στο ημερολόγιο μίας ημέρας ανά τέσσερα χρόνια και προσπάθησε να συνθέσει μία ιστορία βασισμένη σε ακριβείς ημερομηνίες.

Τα επιτεύγματα του δεν σταματάνε εδώ. Ανέπτυξε μια μέθοδο για την εύρεση πρώτων αριθμών, μικρότερων οποιουδήποτε δεδομένου αριθμού, η οποία, σε παραλλαγή, ακόμη και σήμερα είναι ένα σημαντικό εργαλείο έρευνας στη θεωρία των αριθμών.

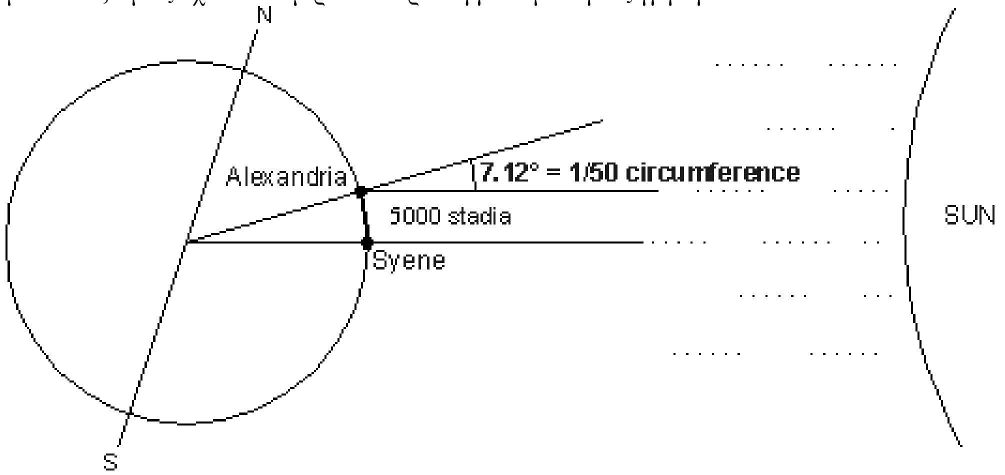
Έγραψε κι ένα ποίημα που ονομαζόταν "Ερμής", όπου περιέγραφε τις αρχές της αστρονομίας σε στίχους! Παρά το γεγονός ότι το μεγαλύτερο μέρος των γραπτών του Ερατοσθένη έχει χαθεί, πολλά σώζονται μέσω των γραπτών σχολιαστών.

Η σφαιρική Γη

Η εποχή του Ερατοσθένη ήταν έτοιμη για επιτεύγματα όπως η μέτρηση των πραγματικών διαμέτρων του Ήλιου, της Σελήνης και της Γης, και των μεταξύ τους αποστάσεων. Αυτές οι μετρήσεις υπήρξαν ορόσημα στην ιστορία της αστρονομίας, αντιπροσωπεύοντας τα πρώτα διστακτικά βήματα στην πορεία της κατανόησης ολόκληρου του σύμπαντος. Ως τέτοιες, αυτές οι μετρήσεις αξίζουν μια πιο λεπτομερή περιγραφή.
Ο Ερατοσθένης σαν πραγματικός επιστήμονας χρησιμοποίησε όχι μόνο τις προηγούμενες γνώσεις για την σφαιρική Γη και τα απαραίτητα μαθηματικά εργαλεία, αλλά σχεδίασε και τα αναγκαία πειράματα.
Η άποψη ότι η Γη ήταν σφαιρική Γη ήταν αποδεκτή στην αρχαία Ελλάδα, το είχαν καταλάβει γιατί έβλεπαν τα πλοία, μετά τον απόπλου, να εξαφανίζονται σιγά σιγά στον ορίζοντα μέχρι που από το λιμάνι φαινόταν μόνο η κορυφή του καταρτιού τους. Κάτι τέτοιο είχε νόημα μόνο αν η επιφάνεια της θάλασσας καμπυλωνόταν. Αν η θάλασσα είχε καμπυλωμένη επιφάνεια, το ίδιο θα έπρεπε να συμβαίνει και με τη Γη, πράγμα που σημαίνει ότι ίσως είναι σφαίρα.
Αυτή η άποψη ενισχύθηκε με την παρατήρηση των εκλείψεων της Σελήνης: κατά την έκλειψη, η Γη έριχνε στη Σελήνη μια σκιά σε σχήμα κυκλικού δίσκου, ακριβώς όπως το σχήμα που θα περιμέναμε από ένα σφαιρικό αντικείμενο. Ίδιας σπουδαιότητας ήταν και το γεγονός ότι όλοι μπορούσαν να δουν ότι η ίδια η Σελήνη ήταν στρογγυλή, γεγονός που υποδείκνυε ότι η σφαίρα ήταν η φυσική κατάσταση ύπαρξης, ενισχύοντας την υπόθεση ότι και η Γη είναι στρογγυλή.
Όλα άρχισαν να αποκτούν νόημα, ακόμη και τα γραπτά του Έλληνα ιστορικού και ταξιδευτή Ηρόδοτου που μιλούσε για ανθρώπους στο μακρινό βορρά οι οποίοι κοιμούνταν τις μισές μέρες του χρόνου. Αν η Γη ήταν σφαιρική, τότε διαφορετικά μέρη της υδρογείου θα φωτίζονταν με διαφορετικό τρόπο ανάλογα με το γεωγραφικό τους πλάτος, γεγονός που εξηγούσε με φυσικό τρόπο έναν πολικό χειμώνα και νύχτες με διάρκεια έξι μηνών.

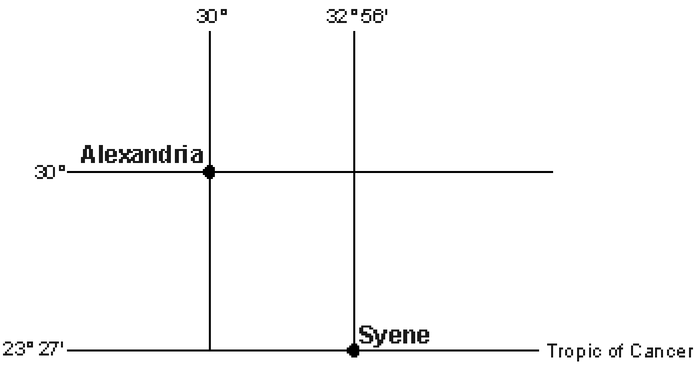
Η μέτρηση της ακτίνας της Γης

Την εποχή που βρισκόταν στη βιβλιοθήκη, ο Ερατοσθένης πληροφορήθηκε για ένα πηγάδι με εκπληκτικές ιδιότητες, το οποίο βρισκόταν κοντά στην πόλη της Συήνης στη νότια Αίγυπτο, κοντά στο σημερινό Ασουάν. Κάθε χρόνο, το μεσημέρι της *21ης* Ιουνίου —τη μέρα του θερινού ηλιοστασίου- ο Ήλιος καθρεφτιζόταν ολόκληρος μέσα στο πηγάδι και το φώτιζε σε όλο το βάθος του. Ο Ερατοσθένης συμπέρανε ότι για να συμβαίνει κάτι τέτοιο, τη συγκεκριμένη μέρα ο Ήλιος έπρεπε να βρίσκεται ακριβώς πάνω από το πηγάδι, κάτι που ο ίδιος ποτέ δεν είχε παρατηρήσει στη Αλεξάνδρεια, η οποία βρισκόταν αρκετές εκατοντάδες χιλιόμετρα βόρεια της Συήνης. Σήμερα γνωρίζουμε ότι η Συήνη βρίσκεται κοντά στον Τροπικό του Καρκίνου, το πιο βόρειο γεωγραφικό πλάτος από το οποίο ο Ήλιος περνάει κατακόρυφα.
Ο Ερατοσθένης γνώριζε ότι ο λόγος που ο Ήλιος δεν μπορούσε να μεσουρανεί ταυτόχρονα στη Συήνη και στην Αλεξάνδρεια οφειλόταν στην καμπυλότητα του πλανήτη μας και σκέφτηκε να εκμεταλλευτεί το γεγονός προκειμένου να μετρήσει την περιφέρεια της Γης.
Χρησιμοποίησε γεωμετρίες, συμβολισμούς και ερμηνείες που σίγουρα διαφέρουν κάπως από εκείνες των σύγχρονων μεθόδων, όμως έχει ενδιαφέρον να προσεγγίσουμε την εξήγηση του.



Στο σχήμα παράλληλες ακτίνες από τον Ήλιο φτάνουν στη Γη στις *21* Ιουνίου. Ο Ερατοσθένης χρησιμοποίησε τη σκιά που ρίχνει ένα κοντάρι βυθισμένο στο έδαφος της Αλεξάνδρειας για να υπολογίσει την περιφέρεια της Γης. Πραγματοποίησε το πείραμα στις *21* Ιουνίου, την ημέρα του θερινού ηλιοστασίου, όταν η Γη παρουσιάζει τη μέγιστη κλίση της ως προς τον Ήλιο, οπότε οι πόλεις κατά μήκος τον Τροπικού τον Καρκίνου βρίσκονται στην κοντινότερη απόσταση τους από τον Ήλιο. Αυτό σημαίνει άτι ο Ήλιος το μεσημέρι βρισκόταν ακριβώς πάνω από αυτές τις πόλεις.
Τη στιγμή που το ηλιακό φως βυθιζόταν στο πηγάδι της Συήνης, ο Ερατοσθένης έμπηξε στην Αλεξάνδρεια ένα κοντάρι κάθετα στο έδαφος και μέτρησε τη γωνία που σχηματιζόταν ανάμεσα στο κοντάρι και στις ακτίνες του Ήλιου.

Είναι αποφασιστικής σημασίας ότι αυτή η γωνία ισοδυναμεί με τη γωνία που σχηματίζεται ανάμεσα σε δύο ακτίνες που συνδέουν το κέντρο της Γης με την Αλεξάνδρεια και τη Συήνη αντίστοιχα. Ο Ερατοσθένης βρήκε ότι η γωνία ήταν *7,2°*. Τώρα, φανταστείτε κάποιον που ξεκινά από τη Συήνη, βαδίζει ευθεία προς την Αλεξάνδρεια και ύστερα συνεχίζει να περπατά μέχρι να διασχίσει όλη τη Γη και να επιστρέψει στη Συήνη. Αυτός ο άνθρωπος θα καλύψει όλη την περιφέρεια της Γης, διανύοντας έναν ολόκληρο κύκλο, δηλαδή 360°. Έτσι, εάν η γωνία Συήνη-κέντρο Γης-Αλεξάνδρεια είναι μόνο *7,2°*, τότε η απόσταση μεταξύ των δυο πόλεων είναι το *7,2/360* ή το *1/50* της περιφέρειας της Γης.

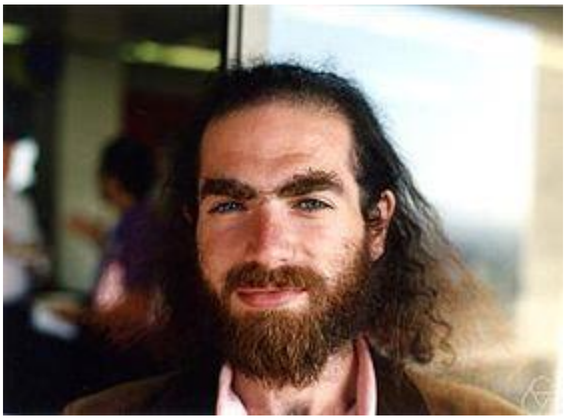


Η Αλεξάνδρεια δεν βρίσκεται ακριβώς βόρεια της Συήνης γι αυτό υπάρχει και ένα μικρό λάθος στη μέτρηση. Επίσης, η Συήνη δεν βρίσκεται ακριβώς στον Τροπικό του Καρκίνου αλλά *55* km πιο βόρεια. Και τέλος η γωνιακή διαφορά είναι *7° 5'*

Ακολούθως το μόνο που χρειαζόταν ήταν η απόσταση της Συήνης από την Αλεξάνδρεια. Ο Ερατοσθένης μέτρησε αυτήν την απόσταση, χρησιμοποιώντας ένα είδος οδομέτρου με γρανάζια και την βρήκε ίση με 5040 στάδια. Επομένως η περιφέρεια της Γης είναι *5040·50 = 252.000* στάδια. Αυτή είναι η μεσημβρινή περιφέρεια, αλλά δεχόμενοι τη Γη σαν μια σφαίρα, θα ισούται και με την Ισημερινή περιφέρεια. Πόσο όμως είναι το ένα στάδιο; Το στάδιο ήταν ίσο με *159* μέτρα (άλλοι λένε *157* μέτρα), κατά την Ελληνιστική εποχή στην Αίγυπτο *(το στάδιο διέφερε από περιοχή σε περιοχή, αλλά και από εποχή σε εποχή)*. Άρα η περιφέρεια της Γης σε μέτρα είναι *40.068.000* μέτρα. Η πραγματική Ισημερινή ακτίνα της Γης είναι *12.756* Km, με αποτέλεσμα η περιφέρεια να ισούται περίπου με *40.074.156* μέτρα. Το σφάλμα που έκανε ο Ερατοσθένης είναι απειροελάχιστο *(φτάνει το 0,02 %)*. Βέβαια στην πραγματικότητα ο Ερατοσθένης υπολόγισε την μεσημβρινή περιφέρεια, η οποία σήμερα υπολογίζεται σε *39.942.209* μέτρα. Έτσι το σφάλμα ανέρχεται περίπου στο *0,3 %*. Εκπληκτικά μικρό για εκείνη την εποχή.

Ένα άλλο εξαιρετικό γεγονός είναι ότι η μέτρηση στηρίζεται στην κατ' εκτίμηση μέση ταχύτητα ενός καραβανιού από καμήλες. Ακόμα, παρά όλες αυτά τα μειονεκτήματα, η μέθοδος του ακόμα προκαλεί το θαυμασμό. Ας μην ξεχνάμε ότι βρισκόμαστε περίπου στο *250* π.Χ., και η Γη επιτέλους είχε ένα σωστό μέγεθος.

Γκριγκόρι Πέρελμαν



Ο **Γκριγκόρι Πέρελμαν** (Ρώσικα: Григо́рий Перельма́н) είναι Ρώσος μαθηματικός γεννημένος στην Αγία Πετρούπολη στις *13* Ιουνίου 1966. Η συνεισφορά στη γεωμετρία κατά Ρίμαν και γεωμετρική τοπολογία είναι τεράστια αφού είναι αυτός που έλυσε το περίφημο μαθηματικό πρόβλημα που είναι γνωστό ως «εικασία του Πουανκαρέ». Ο Πέρελμαν απέδειξε το *1994* την «εικασία του Πουανκαρέ» που είχε τεθεί το *1904* και η οποία πριν από τη λύση της θεωρούνταν ως ένα από τα πιο δύσκολα προβλήματα στην τοπολογία.

.

Ο Διδάκτωρ των μαθηματικών Πέρελμαν έγινε ο πρώτος επιστήμονας που αρνήθηκε να παραλάβει το θεωρούμενο ως Νόμπελ των μαθηματικών Μετάλλιο Φιλντς το *2006* λέγοντας: «Τα χρήματα ή η δόξα δεν με ενδιαφέρουν. Δεν θέλω να με επιδεικνύουν όπως ένα ζώο σε ζωολογικό κήπο. Δεν είμαι ένας ήρωας των μαθηματικών. Δεν είμαι καν επιτυχημένος· γι' αυτό δεν θέλω να βρεθώ στη θέση του να πρέπει να με κοιτάνε όλοι». Ο Πέρελμαν ενώ έχει δεχθεί το βραβείο της Μαθηματικής εταιρίας της Αγ. Πετρούπολης το *1991*, αρνήθηκε να παραλάβει εκτός από το μετάλλιο Φιλντς το *2006*, άλλα δύο βραβεία: το βραβείο της Ευρωπαϊκής μαθηματικής εταιρίας το *1996* και το βραβείο της χιλιετηρίδας (αγγλ: Millennium Prize) το *2010* από το Ινστιτούτο Clay Mathematics.

Είναι ακόμη ιδιαίτερο το γεγονός ότι τα τρία άρθρα που συνέταξε όσον αφορά την απόδειξη της περίφημης «υπόθεσης» τα ανέρτησε στην ιστοσελίδα ελεύθερης διακίνησης επιστημονικών άρθρων του αμερικανικού πανεπιστημίου Κορνέλ http://arxiv.org/ αντί να καταθέσει την εργασία του σε ένα έγκυρο επιστημονικό περιοδικό με αξιολόγηση από ομότιμους κριτές.

Τα τρία αυτά άρθρα είναι τα εξής (στα αγγλικά):

1. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications
2. Ricci flow with surgery on three-manifolds
3. Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds

Για να αντιληφθεί κανείς πόσο περίπλοκη ήταν η Υπόθεση του Πουανκαρέ, αρκεί να αναφέρουμε ότι ιδιοφυείς μαθηματικοί χρειάστηκε να εργαστούν επί τέσσερα χρόνια για να ελέγξουν την εγκυρότητα της απόδειξης του Πέρελμαν. Εκτιμάται ότι η επιβεβαίωση της λύσης του γρίφου θα συμβάλει καθοριστικά στην κατανόηση που έχουμε για το χώρο, ακόμη και στη γνώση μας για το «σχήμα» του σύμπαντος.
Σε μια σπάνια συνέντευξή του στην καθημερινή εφημερίδα «Κομσομόλσκαγια Πράβντα» διηγήθηκε ότι προσπάθησε να καταλάβει πώς ο Ιησούς περπάτησε πάνω στο νερό: «προσπαθούσα να υπολογίσω την ταχύτητα με την οποία περπατούσε πάνω στο νερό», δήλωσε. Εξήγησε επίσης ότι αρνήθηκε την αμοιβή του ενός εκατομμυρίου δολαρίων του Ινστιτούτου Clay Mathematics για τη λύση του προβλήματος του Ανρί Πουανκαρέ, γιατί όπως είπε «γνωρίζω πώς να κυβερνήσω το σύμπαν· γιατί να τρέξω πίσω από ένα εκατομμύριο δολάρια;».

Επιμελήθηκαν οι μαθητές Φιφή Χριστίνα & Πατσιάς Αναστάσιος

MacTutor History of Mathematics archive

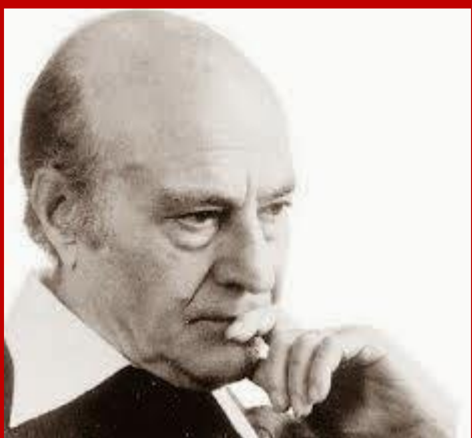
Το **MacTutor History of Mathematics archive** είναι ιστότοπος που διατηρούν ο John J. O'Connor και ο Edmund F. Robertson και φιλοξενείται από το Πανεπιστήμιο του Σαιντ Άντριους στη Σκωτία. Περιέχει λεπτομερείς βιογραφίες πολλών ιστορικών και σύγχρονων μαθηματικών, καθώς και πληροφορίες για γνωστές καμπύλες και διάφορα θέματα ιστορίας των μαθηματικών.

Το History of Mathematics archive αποτέλεσε εξέλιξη του **Mathematical MacTutor system**, μια βάση δεδομένων σε HyperCard των ιδίων, το οποίο είχε λάβει το βραβείο Ευρωπαϊκού Ακαδημαϊκού Λογισμικού το 1994. Την ίδια χρονιά ίδρυσαν τον ιστότοπό τους. Το 2015, το αρχείο είχε βιογραφίες για πάνω από 2800 μαθηματικούς και επιστήμονες.

Το 2015, ο O'Conner και ο Robertson έλαβαν από την Μαθηματική Εταιρία του Λονδίνου για το έργο τους, το Βραβείο Hirst. Η μνεία για το Βραβείο Hirst ονομάζει το αρχείο ως «τον πλέον χρησιμοποιούμενο και πλέον σημαντικό διαδικτυακό πόρο για την ιστορία των μαθηματικών».

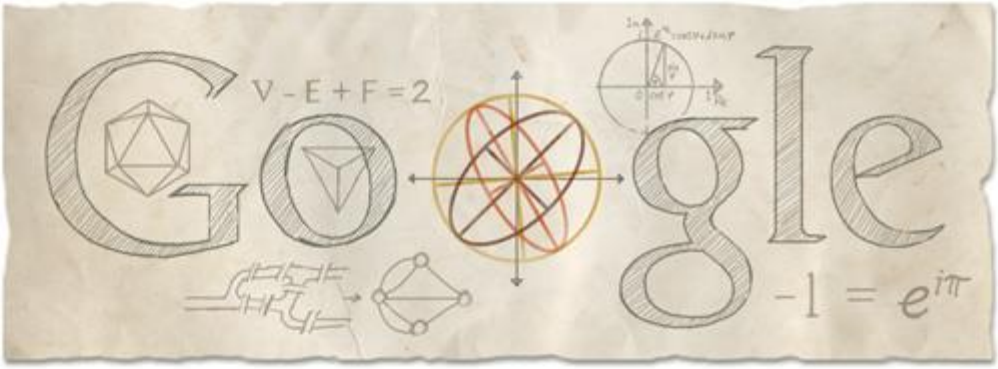
Από τις μαθήτριες Δήμητρα Πιέτα, Βάσω Κατωγιάννη & Παβέλη Έλενα

Οδυσσέας Ελύτης



"Φτασμένες οι προλήψεις σε μια καθαρότητα μαθηματική, μας οδηγούν στη βαθύτερη γνώση του κόσμου."
Οδυσσέας Ελύτης, *1911-1996*

Googol & Google *Από τους μαθητές Γιώργο & Ευρώπη Ηλιοπούλου*



Τι είπε το *10* στο *100*;
- «Είσαι μεγάλο νούμερο!»

Τι είπε το *10* στο *1000*;
- «Είσαι πολύ μεγάλο νούμερο!»

Τι είπε ο δέκα στο 10^{100}
- «Είσαι **googol** ! »

Ένα googol είναι ο αριθμός 10^{100}, δηλαδή η μονάδα ακολουθούμενη από *100* μηδενικά. Πρόκειται δηλαδή για τον αριθμό:

1googol = 10.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.

Ο όρος πρωτοαναφέρθηκε το *1938*, από τον εννιάχρονο τότε Milton Sirotta (*1929-1981*), ο οποίος ήταν ανιψιός του Αμερικανού μαθηματικού Edward Kasner και πρωτοαναφέρθηκε στο βιβλίο "Mathematics and the imagination" των Kasner και Newman.

Το όνομα της εταιρίας **Google**, είναι μια παραλλαγή της λέξης Googol, από τους ιδρυτές της εταιρίας Larry Page και Sergey Brin.Το όνομα Google πλέον καταχωρείται στα λεξικά Oxford και Merriam-Webster ως συνώνυμο της λέξης «αναζήτηση».

Πρωτοχρονιάτικες ευχές από έναν εκκεντρικό μαθηματικό του προηγούμενου αιώνα

G. H. Hardy

Όσο εξωφρενικές και αν νομίζετε ότι είναι οι προσδοκίες σας για το νέο χρόνο μπορείτε να ησυχάσετε, υπάρχουν και χειρότερα. Στην δεκαετία του 1920 ο Βρετανός μαθηματικός G. H. Hardy έγραφε σε μια ευχετήρια κάρτα σε ένα φίλο του, τι προσδοκά να του φέρει ο νέος χρόνος . Ευχόταν λοιπόν:

1.Να αποδειχθεί η υπόθεση του Ρίμαν (παρεμπιπτόντως ακόμα δεν έχει αποδειχτεί!!)
2.Να βελτιώσει το σκορ του, στο κρίκετ. (ήταν μανιώδης παίκτης του κρίκετ)
3.Να βρει μια απόδειξη για την ύπαρξη ή μη του θεού που να μπορεί να πείσει το ευρύ κοινό.
4.Να είναι ο πρώτος άνθρωπος που θα κατακτήσει το Έβερεστ.
5.Να γίνει ο πρώτος άνθρωπος που θα είναι παράλληλα πρόεδρος της Σοβιετικής ένωσης ,της Γερμανίας και της μεγάλης Βρετανίας.
6.Να δολοφονηθεί ο Μουσολίνι.
Δημοσιεύτηκε σε περιοδικό της Αγγλικής μαθηματικής εταιρείας.

Η συντακτική ομάδα της εφημερίδας π σας εύχεται Καλή Χρονιά !!

Μουσική διαμάχη για τον «αριθμό π»

Συχνά οι μουσικοί κατηγορούν ο ένας τον άλλο για κλοπή και αντιγραφή του έργου τους, αλλά πόσες φορές αφορμή για τέτοιες διαφωνίες είναι μια μαθηματική σταθερά; Κάτι τέτοιο συνέβη στις ΗΠΑ, με δύο μουσικούς να διεκδικούν την ***«πατρότητα» της μουσικής «μετάφρασης» του αριθμού π.***

Εδώ και χιλιάδες χρόνια, γνωρίζουμε ότι η σχέση μαθηματικών και μουσικής είναι ιδιαίτερα στενή. Ο συνθέτης και μαθηματικός David Cope υποστηρίζει άλλωστε πως «κάθε μαθηματική ακολουθία μπορεί να μεταφραστεί σε έναν αλγόριθμο, ικανό να παράξει μουσική». Την άποψη αυτή φαίνεται πως συμμερίζεται και ο **Michael Blake**, μαθηματικός και μουσικός από το Όρεγκον, που πριν ένα χρόνο ανέβασε στο YouTube την σύνθεση **«What Pi Sounds Like»** («Πώς ηχεί το π;»).

Η **αριθμητική ακολουθία του π**, ευρύτερα γνωστή ανά την υφήλιο με το όνομα **«ελληνικό π»**, ορίζεται ως ο λόγος του μήκους της περιφέρειας ενός κύκλου προς τη διάμετρό του και ισούται περίπου με *3,14*. Ο Blake προσπάθησε να αποδώσει μουσικά το π, καταγράφοντας την αριθμητική του ταυτότητα σε νότες. Χρησιμοποίησε πολλά διαφορετικά όργανα για να το επιτύχει, από κιθάρα και αρμόνιο έως μπάντζο και γιουκαλίλι και κατάφερε τελικά να αποτυπώσει τους ***31* πρώτους αριθμούς** μετά το κόμμα σε συγχορδίες και νότες, με τέμπο *157* χτύπων ανά λεπτό. Το βίντεο με την σύνθεση απέκτησε γρήγορα πολλούς θαυμαστές.

Η αυξανόμενη δημοτικότητα της ανάρτησης προκάλεσε την αντίδραση του Lars Eriksson, μουσικού από την Νεμπράσκα, που ήδη από το *1992* είχε δημιουργήσει μια παρόμοια σύνθεση, το **«Pi Symphony»**. Ζήτησε από το YouTube να αποσύρει το επίμαχο βίντεο και αποφάσισε να προσφύγει στα δικαστήρια, διεκδικώντας την πρωτοτυπία της σύνθεσής του.

Ο δικαστής που ανέλαβε την υπόθεση εξέτασε λεπτομερώς την υπόθεση και κατέληξε σε μια απόφαση που δεν επιδέχεται καμίας αμφισβήτησης. **Η ιδέα να «μεταφραστεί» το π σε ήχο δεν ανήκει σε κανέναν, καθώς αποτελεί κομμάτι της παγκόσμιας κληρονομιάς.** Επίσης, οι δύο συνθέσεις είναι αρκετά διαφορετικές μεταξύ τους, άρα δεν τίθεται θέμα πνευματικής ιδιοκτησίας.

Μετά από αυτήν την απόφαση, το **«What Pi Sounds Like»** εμφανίστηκε και πάλι στο YouTube.

Αδαμαντία Θεοφάνους

… Περιττοί Αριθμοί

$$1^3 = 1 = 1$$
$$2^3 = 8 = 3 + 5$$
$$3^3 = 27 = 7 + 9 + 11$$
$$4^3 = 64 = 13 + 15 + 17 + 19$$
$$5^3 = 125 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$$
$$6^3 = 216 = 31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41$$
$$7^3 = 343 = 43 + 45 + 47 + 49 + 51 + 53 + 55$$
$$8^3 = 512 = 57 + 59 + 61 + 63 + 65 + 67 + 69 + 71$$
$$9^3 = 729 = 73 + 75 + 77 + 79 + 81 + 83 + 85 + 87 + 89$$

etc

Δημήτρης Πάκος

Υπατία η Αλεξανδρινή

Πηγή : Διαδίκτυο, επιμελήθηκε η μαθήτρια Χριστίνα Σκαμνέλου

Η Υπατία ήταν ένα πρόσωπο που χώριζε την κοινωνία σε δύο μέρη:
αυτούς που την θεωρούσαν θαύμα του φωτός και αυτούς που την έβλεπαν σαν απόστολο του σκότους."
(Elbert Hunnard)

Η Αλεξάνδρεια του *4ου* αιώνα μ.Χ. ήταν ο χώρος μιας μικρής επιστημονικής αναγέννησης και αυτή φωτίστηκε από την πιο διάσημη ανάμεσα στις γυναίκες επιστήμονες και φιλοσόφους. Για δεκαπέντε αιώνες η Υπατία θεωρείται ότι ήταν η μόνη γυναίκα επιστήμονας στην ιστορία. Ακόμα και σήμερα συχνά είναι η μόνη γυναίκα που αναφέρεται στην ιστορία των μαθηματικών και της αστρονομίας. Αυτή η ευγενής γυναίκα ξεχωρίζει στις σελίδες της ιστορίας σαν η μεγαλύτερη από τους μάρτυρες παγανιστές.

Η Ζωή της

Όταν γεννήθηκε η Υπατία το *370* μ.Χ., η διανοητική ζωή της Αλεξάνδρειας βρισκόταν σε κατάσταση επικίνδυνης σύγχυσης. Η Ρωμαϊκή Αυτοκρατορία γινόταν χριστιανική και όλο και πιο συχνά δεν ήταν μόνο ο χριστιανός ζηλωτής που έβλεπε αιρέσεις και σατανισμό στα μαθηματικά και στην επιστήμη: "οι μαθηματικοί έπρεπε να κατασπαραχθούν από θηρία ή να καούν ζωντανοί" (McCabe). Μερικοί από τους χριστιανούς Πατέρες αναβίωσαν τις θεωρίες της επίπεδης γης και του σύμπαντος ως στερέωμα. Στην Αλεξάνδρεια ο Θεόφιλος, Πατριάρχης Αλεξάνδρειας, υποκινούσε βίαιες συγκρούσεις μεταξύ παγανιστών, Εβραίων και Χριστιανών. Δεν ήταν μια και τόσο ευμενής εποχή για να είναι κανείς επιστήμονας, ή φιλόσοφος.

Ο πατέρας της Υπατίας, ο Θέων, ήταν μαθηματικός και αστρονόμος στο Μουσείο. Επέβλεπε από κοντά κάθε πλευρά της εκπαίδευσης της κόρης του. Σύμφωνα με το μύθο, ήταν αποφασισμένος να γίνει η κόρη του ένα 'τέλειο ανθρώπινο ον' - ήταν η εποχή που οι γυναίκες θεωρούνταν κάτι παρακάτω από άνθρωποι! Ήταν προσωπική μαθήτρια του μάγου Πλούταρχου και ανατράφηκε στις θεμελιώδεις αρχές της Πλατωνικής Σχολής. Η Υπατία ήταν πραγματικά μια ξεχωριστή νέα. Ταξίδεψε στην Αθήνα και την Ιταλία και εντυπωσίαζε όσους συναντούσε με την εξυπνάδα και την ομορφιά της.

Σπούδασε στη νεοπλατωνική σχολή του Πλούταρχου του Νεότερου και της κόρης του Ασκληπιγένειας στην Αθήνα. Την εποχή εκείνη υπήρχε διάκριση μεταξύ των νεοπλατωνικών σχολών της Αλεξάνδρειας και της Αθήνας. Η σχολή της Αθήνας τόνιζε περισσότερο τη μαγεία και την απόκρυφη επιστήμη. Αλλά για τους Χριστιανούς, όλοι οι Πλατωνιστές ήταν επικίνδυνοι αιρετικοί.

Όταν επέστρεψε στην Αλεξάνδρεια έγινε δασκάλα των μαθηματικών και της φιλοσοφίας. Το Μουσείο είχε χάσει την υπεροχή του και η Αλεξάνδρεια τώρα είχε ξεχωριστά σχολεία για παγανιστές, για Εβραίους και για Χριστιανούς. Ωστόσο, η Υπατία δίδασκε σε ανθρώπους κάθε θρησκείας και μετά τον πατέρα της ανέλαβε μια Έδρα Φιλοσοφίας στην πόλη. Σύμφωνα με τον βυζαντινό εγκυκλοπαιδιστή Σουίδα, 'ήταν επίσημα διορισμένη να ερμηνεύει το δόγμα του Πλάτωνα, του Αριστοτέλη κ.ά.". Πολλοί μαθητές ερχόταν στην Αλεξάνδρεια ειδικά για να παρακολουθήσουν τις διαλέξεις της για τα μαθηματικά, την αστρονομία, τη φιλοσοφία και τη μηχανική. Το σπίτι της έγινε κέντρο διανοουμένων και συγκέντρωνε σχολαστικιστές που συζητήσουν επιστημονικά και φιλοσοφικά ερωτήματα.

Τα Έργα της

Αν και τα γραπτά της καταστράφηκαν στην πυρκαγιά της βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας, μπορούμε να σχηματίσουμε μια εικόνα του περιεχομένου τους από τα σχόλια σύγχρονών της συγγραφέων. Η Υπατία έγραψε σχόλια για την Αριθμητική του Διόφαντου, επίσης για τον Αστρονομικό Κανόνα του Πτολεμαίου και ακόμα για τις Κωνικές Τομές του Απολλώνιου. Τα περισσότερα από τα γραπτά της Υπατίας ξεκίνησαν σαν σημειώσεις για τους μαθητές της. Κανένα δεν έχει διασωθεί ολοκληρωμένο, αν και είναι πιθανό τμήματα του έργου της να έχουν ενσωματωθεί στις εκτενείς πραγματείες του Θέωνα. Μερικές πληροφορίες για τα επιτεύγματά της προέρχονται από δασωμένα γράμματα του μαθητή και φίλου της Συνέσιου του Κυρηναίου, που αργότερα έγινε ο πλούσιος και ισχυρός Επίσκοπος της Πτολεμαΐδας.

Κάποτε ο Συνέσιος, Επίσκοπος και γνωστός για τη μόρφωσή του, της έγραψε ζητώντας τη βοήθειά της στην κατασκευή ενός αστρολάβου και ενός υδροσκοπίου, αναγνωρίζοντας τη μοναδική υπεροχή του νου της.
Το σημαντικότερο έργο της Υπατίας ήταν στην άλγεβρα. Έγραψε σχόλια στην Αριθμητική του Διόφαντου σε *13* βιβλία. Ο Διόφαντος έζησε και εργάσθηκε στην Αλεξάνδρεια τον τρίτο αιώνα και έχει ονομασθεί 'πατέρας της άλγεβρας'. Ανέπτυξε τις απροσδιόριστες (ή Διοφαντικές) εξισώσεις, δηλαδή εξισώσεις με πολλαπλές λύσεις. Εργάσθηκε επίσης με δευτεροβάθμιες εξισώσεις. Τα σχόλια της Υπατίας περιελάμβαναν εναλλακτικές λύσεις και πολλά νέα προβλήματα που προέκυπταν σαν συνέπεια στα χειρόγραφα του Διόφαντου.
Η Υπατία έγραψε επίσης μια διατριβή Περί των Κωνικών του Απολλώνιου σε οκτώ βιβλία. Ο Απολλώνιος ο Πέργας ήταν ένας αλεξανδρινός γεωμέτρης του *3ου* π.Χ. αιώνα, που προσπάθησε να εξηγήσει τις ασυνήθιστες τροχιές των πλανητών. Το κείμενο της Υπατίας ήταν μια εκλαΐκευση της εργασίας του. Όπως οι Έλληνες πρόγονοί της, η Υπατία γοητευόταν από τις κωνικές τομές (τα γεωμετρικά σχήματα που σχηματίζονται όταν ένα επίπεδο τέμνει ένα κώνο). Μετά το θάνατό της, οι κωνικές τομές αγνοήθηκαν μέχρι την αρχή του 17ου αιώνα όταν οι επιστήμονες συνειδητοποίησαν ότι πολλά φυσικά φαινόμενα, όπως οι τροχιές πλανητών, περιγραφόταν με τον καλύτερο τρόπο με τις καμπύλες που προκύπτουν από κωνικές τομές.
Ο Θέων, ο πατέρας της Υπατίας, αναθεώρησε και εξέλιξε τα Στοιχεία της γεωμετρίας του Ευκλείδη και είναι η δική του έκδοση που χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα. Πιθανότατα η Υπατία εργάσθηκε μαζί του σε αυτή την αναθεώρηση. Αργότερα έγραψε μαζί του τουλάχιστον μία διατριβή για τον Ευκλείδη. Η Υπατία επίσης έγραψε τουλάχιστον ένα βιβλίο από την εργασία του Θέωνα για τον Πτολεμαίο. Ο Πτολεμαίος είχε συστηματοποιήσει όλη τη σύγχρονη μαθηματική και αστρονομική γνώση σε ένα έργο *13* βιβλίων, το οποίο μετριόφρονα ονόμασε Μαθηματική Πραγματεία. Άραβες Σχολαστικιστές το μετονόμασαν σε Almagest ('Μέγα Βιβλίο"). Το σύστημα του Πτολεμαίου παρέμεινε το κυρίαρχο αστρονομικό έργο μέχρι τον Κοπέρνικο τον *16ο* αιώνα. Οι πίνακες της Υπατίας για τις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων, ο Αστρονομικός Κανών, ίσως ήταν μέρος των σχολίων του Θέωνα στον Πτολεμαίο, ή ήταν ξεχωριστό έργο. Εκτός από τη φιλοσοφία και τα μαθηματικά, η Υπατία είχε ενδιαφέρον για τη μηχανική και την πρακτική τεχνολογία. Τα γράμματα του Συνέσιου περιέχουν σχέδια για αρκετά επιστημονικά όργανα περιλαμβάνοντας έναν αστρολάβο (Ο αστρολάβος χρησιμοποιούταν για τη μέτρηση των θέσεων του άστρων, πλανητών και του ήλιου και για τον υπολογισμό της ώρας και του ανερχόμενου ζωδίου του ζωδιακού).
Η Υπατία ανέπτυξε ακόμα μια συσκευή για τη διύλιση του νερού, ένα όργανο για τη μέτρηση της στάθμης του νερού και ένα διαβαθμισμένο υδρόμετρο από μπρούτζο για τη μέτρηση της ειδικής βαρύτητας (πυκνότητας) ενός υγρού. Η Υπατία ήταν ο τελευταίος παγανιστής επιστήμονας του δυτικού κόσμου και ο θάνατός της συνέπεσε με τα τελευταία χρόνια της Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας. Και αφού από τότε δεν υπήρξαν σημαντικές πρόοδοι στα μαθηματικά, την αστρονομία και τη φυσική σε όλο τη Δύση για άλλα 1000 χρόνια, η Υπατία έγινε σύμβολο του τέλους της αρχαίας επιστήμης.

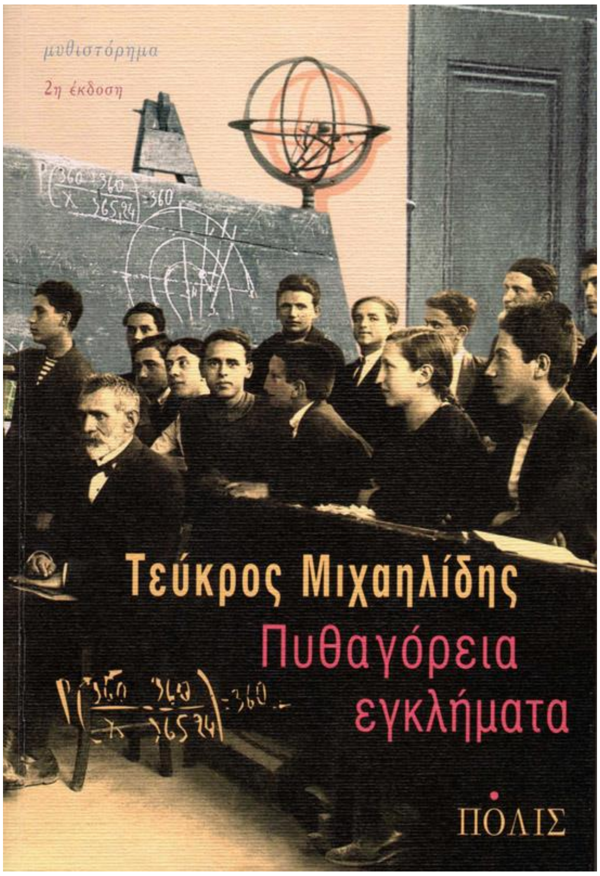
Ο Θάνατος της

Σαν παγανίστρια, που ασπάστηκε την ελληνική επιστημονική σκέψη και σαν πολιτικό πρόσωπο με επιρροή, η Υπατία βρέθηκε σε πολύ επικίνδυνη θέση σε μια όλο και πιο χριστιανική πόλη. Το *412* ο Κύριλλος, ένας φανατικός χριστιανός, έγινε Πατριάρχης της Αλεξάνδρειας και μεγάλη εχθρότητα αναπτύχθηκε μεταξύ του Κυρίλλου και του Ορέστη, του Ρωμαίου Κυβερνήτη της Αιγύπτου, ενός παλιού μαθητή και καλού φίλου της Υπατίας. Αμέσως μόλις πήρε την εξουσία, ο Κύριλλος άρχισε να διώκει τους εβραίους, διώχνοντας χιλιάδες από αυτούς από την πόλη. Έπειτα, παρά τη σφοδρή αντίθεση του Ορέστη, έστρεψε την προσοχή του στο να καθαρίσει την πόλη από του νεοπλατωνιστές. Αγνοώντας τις εκκλήσεις του Ορέστη, η Υπατία αρνήθηκε να απαρνηθεί τις ιδέες της και να ασπασθεί το Χριστιανισμό. Ο Κύριλλος, ο οποίος αργότερα αναγορεύτηκε ο πατέρας τους δόγματος της Χριστιανικής Τριάδας και αγιοποιήθηκε για το ζήλο του έβλεπε στην Υπατία μια συνεχή απειλή για τη διάδοση της Χριστιανικής πίστης. Ο φόνος της Υπατίας περιγράφεται στα γραπτά του χριστιανού ιστορικού του *5ου* αιώνα Σωκράτη του Σχολαστικού:
Όλοι οι άνθρωποι την σεβόταν και την θαύμαζαν για την απλή ταπεινοφροσύνη του μυαλού της. Ωστόσο, πολλοί με πείσμα την ζήλευαν και επειδή συχνά συναντούσε και είχε μεγάλη οικειότητα με τον Ορέστη, ο λαός την κατηγόρησε ότι αυτή ήταν η αιτία που ο Επίσκοπος και ο Ορέστης δεν γινόταν φίλοι. Με λίγα λόγια, ορισμένοι πεισματάρηδες και απερίσκεπτοι κοκορόμυαλοι με υποκινητή και αρχηγό τους τον Πέτρο, έναν οπαδό αυτής της Εκκλησίας, παρακολουθούσαν αυτή τη γυναίκα να επιστρέφει σπίτι της γυρνώντας από κάπου. Την κατέβασαν με τη βία από την άμαξά της, την μετέφεραν στην Εκκλησία που ονομαζόταν Caesarium, την γύμνωσαν εντελώς, της έσκισαν το δέρμα και έκοψαν τις σάρκες του σώματός της με κοφτερά κοχύλια μέχρι που ξεψύχησε, διαμέλισαν το σώμα της, έφεραν τα μέλη της σε ένα μέρος που ονομαζόταν Κίναρον και τα έκαψαν."
Οι δολοφόνοι της Υπατίας ήταν Παραβολικοί, φανατικοί μοναχοί της Εκκλησίας του Αγ. Κυρίλλου της Ιερουσαλήμ, πιθανώς υποβοηθούμενοι από Νιτριανούς μοναχούς.

Το αν ο Κύριλλος διέταξε ο ίδιος το φόνο παραμένει ανοικτό ερώτημα. Πάντως, δημιούργησε πιθανόν το λιγότερο το πολιτικό κλίμα που επέτρεψε μια τέτοια θηριωδία. Ο Κύριλλος αργότερα ονομάστηκε Άγιος.
Ο Ορέστης ανέφερε τη δολοφονία και ζήτησε από τη Ρώμη να ξεκινήσει έρευνες. Αργότερα παραιτήθηκε και έφυγε από την Αλεξάνδρεια. Η έρευνα αναβλήθηκε πολλές φορές λόγω 'έλλειψης μαρτύρων' και τελικά ο Κύριλλος ισχυρίσθηκε ότι η Υπατία ήταν ζωντανή και ζούσε στην Αθήνα.
Έτσι χάθηκε το *415* η μεγαλύτερη γυναίκα μύστης του αρχαίου κόσμου και μαζί της έπεσε και η Νεοπλατωνική Σχολή της Αλεξάνδρειας. Η μνήμη της Υπατίας πιθανώς τιμάται από την Ρωμαιοκαθολική Εκκλησία στο πρόσωπο της Αγ. Αικατερίνης της Αλεξάνδρειας. Κατά άλλους αυτή είναι διαφορετικό πρόσωπο, μια άλλη χριστιανή Αλεξανδρινή διανοούμενη που δολοφονήθηκε ένα μήνα πριν την Υπατία.
Με την εξάπλωση του Χριστιανισμού, η έρευνα έδωσε τη θέση της στην εμφάνιση πολλών θρησκευτικών λατρειών και μεγάλο θρησκευτικό χάος και ενδιαφέρον για την αστρολογία και το μυστικισμό. Το *640* εισέβαλαν οι Άραβες στην Αλεξάνδρεια και ό,τι είχε απομείνει από το Μουσείο καταστράφηκε. Αλλά αν και η Ευρώπη είχε μπει στους σκοτεινούς χρόνους του Μεσαίωνα, η ελληνική επιστήμη επρόκειτο να επιβιώσει στο Βυζάντιο και να ανθίσει στον Αραβικό κόσμο.

Μαθηματικά και λογοτεχνία

Ο κόσμος των μαθηματικών φαντάζει ως ένα σύμπαν ερμητικά κλειστό για τους μη μυημένους. Η μόδα όμως της «μαθηματικής λογοτεχνίας», συνέβαλε ώστε να ανατραπεί αυτό το στερεότυπο: όσοι δεν έχουν καλή σχέση με τους αριθμούς, μικροί και μεγάλοι, μπορούν να απολαύσουν ένα μαθηματικό μυθιστόρημα ή ένα βιβλίο που συμβάλει στην κατανόηση του μαγικού κόσμου των μαθηματικών.
Σε αυτή τη στήλη θέλοντας να αναδείξουμε την επίδραση των μαθηματικών στη λογοτεχνία παρουσιάζουμε κάθε φορά βιβλία που αναδεικνύουν αυτήν την σχέση μαθηματικών και λογοτεχνίας. Επιμελείται η μαθήτρια ***Σκαμνέλου Χριστίνα*** .



“ Πυθαγόρεια εγκλήματα ” του Τεύκρου Μιχαηλίδη

Τι συμβαίνει όταν περί τα τέλη της δεκαετίας του *1920* ένας άσημος μαθηματικός της μέσης εκπαίδευσης βρίσκεται στο σπίτι του, στο κέντρο της Αθήνας, νεκρός; Τι έχει να εξιστορήσει για τον άρτι αποδημήσαντα Στέφανο Κανταρτζή ο επιστήθιος φίλος του, επίσης μαθηματικός (αλλά και λίαν επιτυχημένος επιχειρηματίας) Μιχαήλ Ιγερινός; Ποιοι είναι οι βαθύτεροι δεσμοί που ενώνουν τους δύο άντρες, πώς γνωρίστηκαν και με ποιον τρόπο συμπορεύτηκαν στη ζωή τους, αλλά και, το σημαντικότερο, γιατί δολοφονήθηκε (διότι περί δολοφονίας πρόκειται) ο Κανταρτζής; Αυτά είναι τα ερωτήματα με τα οποία ξεκινάει το πρώτο μυθιστόρημα του Τεύκρου Μιχαηλίδη «Πυθαγόρεια εγκλήματα», που κάνει το ντεμπούτο του στο πλαίσιο μιας τάσης που όλο και πυκνώνει τον τελευταίο καιρό τόσο στην Ελλάδα όσο και στο εξωτερικό. Ο λόγος είναι για το ποικιλότροπο άνοιγμα των Μαθηματικών στον χώρο της λογοτεχνίας, όπως και για την προσπάθεια μιας κατ εξοχήν δύσκολης επιστήμης (παντελώς ακατανόητης για τους περισσότερους) να επικοινωνήσει μέσω της μυθοπλαστικής αφήγησης με ένα ευρύτερο κοινό.

Το να περάσει, βέβαια, κανείς από τα Μαθηματικά στη λογοτεχνία, προκειμένου να δοκιμάσει μια κατά το δυνατόν εντελέστερη επικοινωνιακή τους σύμπλεξη, δεν είναι απλή υπόθεση και χρειάζεται πολλαπλά εφόδια. Στα «Πυθαγόρεια εγκλήματα» ο Μιχαηλίδης συνταιριάζει ποικίλα δεδομένα και στοιχεία. Συνδυάζοντας το ιστορικό μυθιστόρημα με την αστυνομική ιστορία, αλλά και με το campus novel ή με την περιπετειώδη αφήγηση, ο συγγραφέας ξεφυλλίζει για λογαριασμό μας ορισμένες από τις σημαντικότερες σελίδες της ιστορίας των Μαθηματικών ενόσω φροντίζει να προβάλει διά της πλαγίου και μια πολύ σύγχρονη φιλοσοφική και ταυτοχρόνως επιστημολογική θέση: ό,τι περιβάλλει και ό,τι προσδιορίζει τις κινήσεις του νου και του στοχασμού μας δεν ανήκει σε κάποιο αρμονικό, ενιαίο και αδιαίρετο όλο, αλλά, αντιθέτως, προκύπτει από μια μάζα ασύμμετρων και ακανόνιστων μεγεθών. Κι αν έτσι έχει η πραγματικότητα, με ανάλογο τρόπο θα πρέπει να συγκροτούνται και οι επιστημονικές θεωρίες, που δεν θα κατορθώσουν ποτέ να επιβεβαιωθούν και να επαληθευτούν εξ ολοκλήρου.

Μαθηματικά Θετικού προσανατολισμού

Για τους μαθητές της Γ Λυκείου , επιμέλεια ***Σαρδελή Κατερίνα***

Λύσεις των ασκήσεων του *2ου* τεύχους :

1. Ένας ορειβάτης ξεκίνησε από ένα σημείο A, στους πρόποδες ενός βουνού στις *7:00* π.μ. και έφτασε στο σημείο B, στην κορυφή του βουνού, στις *6:00* μ.μ. Την επόμενη μέρα ξεκίνησε την κατάβασή του από την κορυφή του βουνού B στις *7:00* π.μ., ακολουθώντας τον ίδιο δρόμο και έφτασε πάλι στο σημείο A της εκκίνησης στις *6:00* μ.μ. κατεβαίνοντας ταχύτερα αλλά κάνοντας περισσότερες στάσεις στην διαδρομή. Να αποδειχθεί ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο της διαδρομής που ακολούθησε ο ορειβάτης, στο οποίο βρισκόταν την ίδια ώρα και τις δύο ημέρες.

- Έστω $f(t)$ και $g(t)$ η απόσταση του ορειβάτη από το A την πρώτη και δεύτερη μέρα αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t , $t \in [7, 18]$. Αρκεί να αποδείξουμε ότι υπάρχει χρονική στιγμή $t_0 \in [7, 18]$, ώστε $f(t_0) = g(t_0)$.
  Αν θεωρήσουμε τη συνάρτηση $h(t) = f(t) - g(t)$ και S το μήκος (σε μέτρα) του δρόμου, που ακολούθησε ο ορειβάτης, θα είναι :
  $$h(7) = f(7) - g(7) = 0 - S = -S$$
  $$h(18) = f(18) - g(18) = S - 0 = S \quad \text{οπότε} \quad h(7) \cdot h(18) = -S^2 < 0 .$$
  Η συνάρτηση h είναι συνεχής στο διάστημα $[7, 18]$, άρα από το θεώρημα ***Bolzano*** υπάρχει τουλάχιστον ένα $t_0 \in (7, 18)$, ώστε $h(t_0) = 0$ ή $f(t_0) = g(t_0)$ που σημαίνει ότι τη χρονική στιγμή t_0 ο ορειβάτης είχε και τις δύο μέρες την ίδια απόσταση από το A και συνεπώς βρισκόταν στο ίδιο σημείο.

2. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = a_\nu x^\nu + a_{\nu-1} x^{\nu-1} + \ldots + a_1 x + a_0$. Αν ισχύει ότι $a_0 \cdot a_\nu < 0$ να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει μια τουλάχιστον θετική ρίζα.

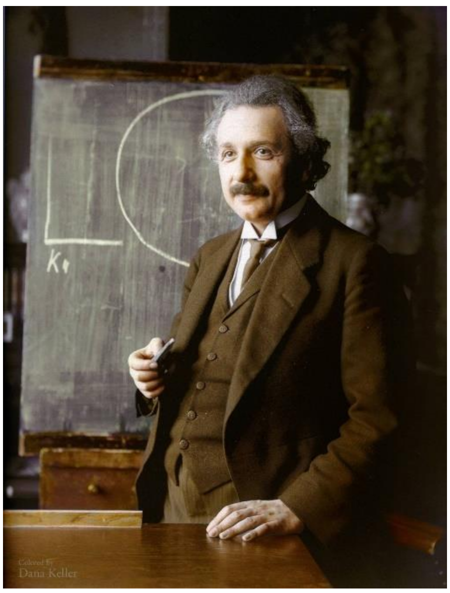
- Αν $a_0 < 0$ και $a_\nu > 0$, τότε έχουμε $P(0) = a_0 < 0$ και $\lim\limits_{x \to +\infty} P(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (a_\nu x^\nu) = +\infty$
  οπότε θα υπάρχει $x_0 > 0$ με $P(x_0) > 0$ και με ***Bolzano*** στο διάστημα $[0, x_0)$, προκύπτει το ζητούμενο.

- Αν $a_0 > 0$ και $a_\nu < 0$, τότε έχουμε $P(0) = a_0 > 0$ και $\lim\limits_{x \to +\infty} P(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (a_\nu x^\nu) = -\infty$
  οπότε θα υπάρχει $x_0 > 0$ με $P(x_0) < 0$ και με ***Bolzano*** στο διάστημα $[0, x_0)$, προκύπτει το ζητούμενο.

Προτεινόμενες ασκήσεις :

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\varepsilon\varphi x = x$ έχει άπειρες σε πλήθος λύσεις.

2. Δίνεται η παραγωγίσιμη για κάθε $x > \frac{1}{2}$ συνάρτηση f για την οποία ισχύει $f(1) = 5f(2)$ και $f(x) \neq 0$ για κάθε $x > \frac{1}{2}$. Να δείξετε ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (1, 2)$ τέτοιο ώστε
$$\frac{f'(\xi)}{f(\xi)} = -\frac{1}{\xi} \cdot \frac{6\xi - 1}{3\xi - 1}.$$



Οι λύσεις στο επόμενο φύλλο της εφημερίδας.

Μαθηματικοί Γρίφοι

*Από τους μαθητές **Ιωάννη Σιάρκο & Γιώργο Μπούρα***

Σε αυτή τη στήλη της εφημερίδας παρουσιάζονται μαθηματικοί γρίφοι και σταυρόλεξα, Sudoku (και οι λύσεις του προηγούμενου φύλλου)

Λύση 2ου τεύχους

Νο 2

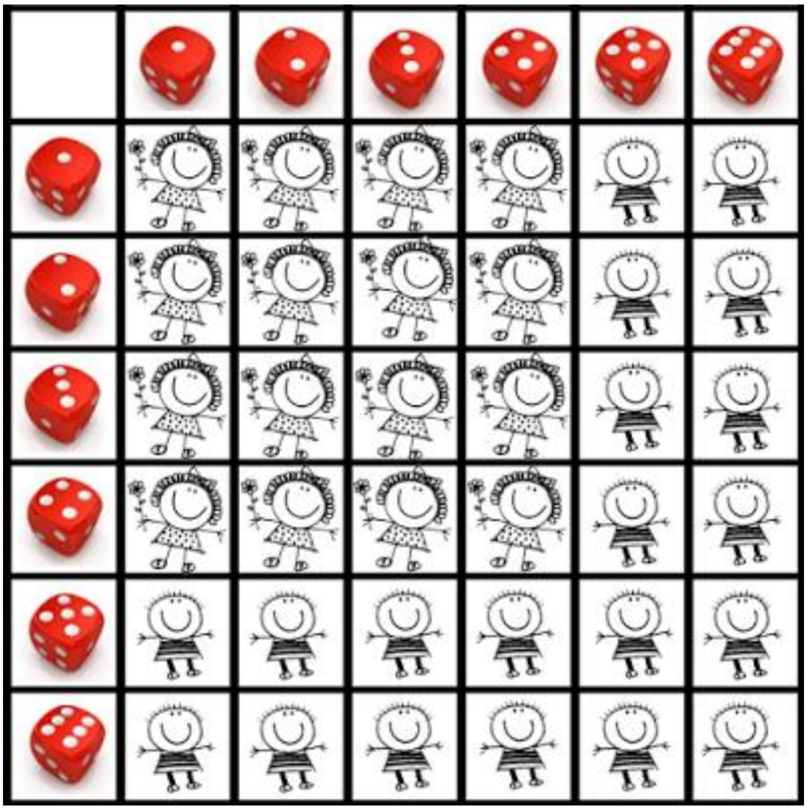
7	4	5	8	6	1	9	3	2
3	1	8	2	5	9	4	6	7
2	6	9	4	7	3	8	5	1
8	3	4	1	9	6	2	7	5
9	7	6	3	2	5	1	8	4
5	2	1	7	4	8	3	9	6
6	8	2	9	1	7	5	4	3
1	9	7	5	3	4	6	2	8
4	5	3	6	8	2	7	1	9

Νο 3

	6	5	1	4			7	
8		3			6		5	
		4			5			2
		7		9			2	6
9			2		3			8
1	5			8		3		
6			8			1		
	7		3			2		4
	3			1	2	6	9	

Πρόβλημα : Η τελευταία μπανάνα.

Εσύ και ένας φίλος ναυαγήσατε σε ένα πολύ μικρό νησί. Αφού τελειώσατε όλες τις προμήθειες που είχατε, δεν σας απέμενε τίποτα άλλο από μία μπανάνα, έτσι αποφασίσατε να την διεκδικήσετε σε ένα παιχνίδι με ζάρια. Συμφωνήσατε από κοινού στους εξής κανόνες, και οι δύο θα ρίξετε από ένα ζάρι, αν ο μεγαλύτερος αριθμός και από τα δύο ζάρια που ρίξατε είναι ***1, 2, 3* ή *4*** τότε κερδίζει ο παίκτης **Α** ενώ αν ο μεγαλύτερος αριθμός και από τα δύο ζάρια που ρίξατε είναι ***5* ή *6*** τότε κερδίζει ο παίκτης **Β**. Για παράδειγμα αν οι αριθμοί μετά την ρίψη των ζαριών είναι ***1*** και ***4*** τότε κερδίζει ο παίκτης **Α** ενώ αν οι αριθμοί είναι ***5*** και ***3*** τότε κερδίζει ο παίκτης **Β**. Λοιπόν ποιος θα ήθελες να είσαι; ο παίκτης **Α** ή ο **Β**;



Απάντηση

Με μια πρώτη ματιά ίσως να φαίνεται πως ο παίκτης Α έχει το πλεονέκτημα αφού κερδίζει αν ένας από τους τέσσερις αριθμούς του είναι ο μεγαλύτερος σε αντίθεση με τον Β που κερδίζει αν ένας από τους δύο αριθμούς του είναι ο μεγαλύτερος, παρόλα αυτά ο παίκτης Β έχει πιθανότητα 55,6% να κερδίσει.

Ένας τρόπος για να βρούμε την λύση είναι να κάνουμε έναν πίνακα με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των δύο ζαριών, όπως φαίνεται στην επόμενη εικόνα, και μετά να μετρήσουμε σε πόσους από αυτούς τους συνδυασμούς κερδίζει ο Α και σε πόσους ο Β.

Όπως φαίνεται στην εικόνα, από τους συνολικά *36* πιθανούς συνδυασμούς *(6 x 6 = 36)* ο παίκτης Α κερδίζει σε *16* συνδυασμούς *(4 x 4 = 16)* ενώ ο παίκτης Β σε *20* συνδυασμούς *(36 - 16 = 20)* δηλαδή ο Β έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να κερδίσει. Για να υπολογίσουμε την πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης Α διαιρούμε το πλήθος των συνδυασμών που κερδίζει, με το πλήθος όλων των συνδυασμών δηλαδή *16/36 = 44,4%* με τον ίδιο τρόπο ο παίκτης Β έχει πιθανότητα *20/36 = 55,6%* να κερδίσει. Αυτό δεν σημαίνει βέβαια πως αν παίξουν μία φορά ο παίκτης Β θα κερδίσει αλλά ούτε πως αν παίξουν *36* φορές ο παίκτης Β θα κερδίσει *20* φορές. Αυτό που ισχύει είναι πως αν ρίχνουν για πάντα τα ζάρια (άπειρες φορές) τότε ο παίκτης Α θα κερδίσει το *44,4%* των παιχνιδιών ενώ ο παίκτης Β το *55,6%* των παιχνιδιών.